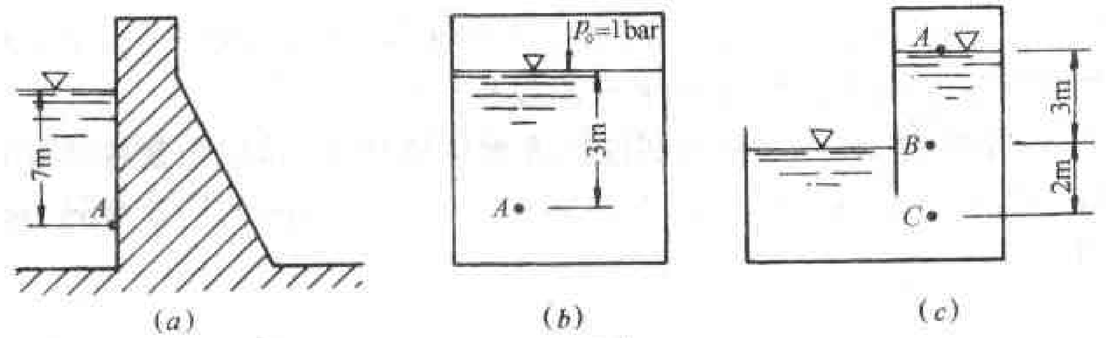
流体静力学

1. 试求图（a），（b），（c）中，A，B，C 各点相对压强，图



中 p_0 是绝对压强，大气压强 $p_a = 1atm$ 。

解：（a） $p = \rho gh = 1000 \times 9.807 \times 7 = 68650\ pa = 68.65kpa$

（b）

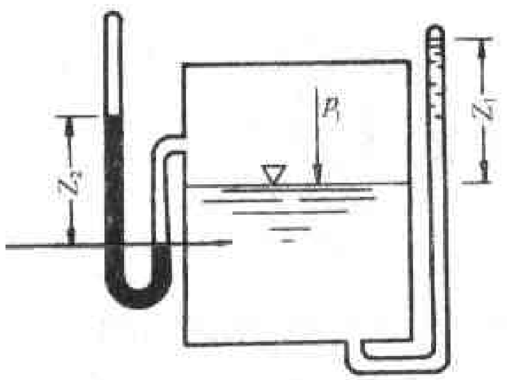
$$p = p_0 + \rho gh - 1atm = 100000 + 1000 \times 9.807 \times 3 - 101325 = 28096\ pa = 28.1kpa$$

（c） $p_A = -\rho gh = -1000 \times 9.807 \times 3 = -29421\ pa = -29.042kpa$

$p_B = 0$

$p_C = \rho gh = 1000 \times 9.807 \times 2 = 19614\ pa = 19.614kpa$

2. 在封闭管端完全真空的情况下，水银柱差 $Z_2 = 50mm$ ，求盛水容器液面绝对压强 p_1 和水面高度 Z_1。

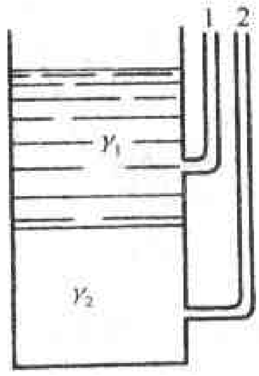


解：

$$p_1 = \rho gh = 13600 \times 9.807 \times 0.05 = 6669\ pa = 6.67kpa$$

$$Z_1=\frac{p_1}{\rho g}=\frac{6669}{1000\times 9.807}=0.68m=680\,mm$$

3．开敞容器盛有$\gamma_2\rangle\gamma_1$的两种液体，问 1，2 两测压管中的液体的液面哪个高些？哪个和容器液面同高？



解：1 号管液面与容器液面同高，如果为同种液体，两根管液面应一样高，由于$\gamma_2\rangle\gamma_1$，由$\gamma h=$常数 ∴2 号管液面低。

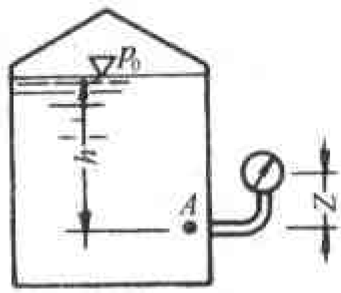
4. 某地大气压强为$98.07KN/m^2$，求（1）绝对压强为$117.7KN/m^2$时的相对压强及其水柱高度。（2）相对压强为$7mH_2O$时的绝对压强。（3）绝对压强为$68.5kN/m^2$时的真空压强。

解：（1） $p=p'-p_a=117.7-98.07=19.63kpa$ $h=\frac{p}{\gamma}=\frac{19.63}{9.807}=2mH_2O$

（2） $p'=\gamma h+p_a=9.807\times 7+98.07=166.72kpa$

（3） $p_V=p_a-p'=98.07-68.5=29.57kpa$

5.在封闭水箱中，水深$h=1.5m$的 A 点上安装一压力表，其中表距 A 点 Z=0.5m 压力表读数为$4.9kN/m^2$，求水面相对压强及其真空度。

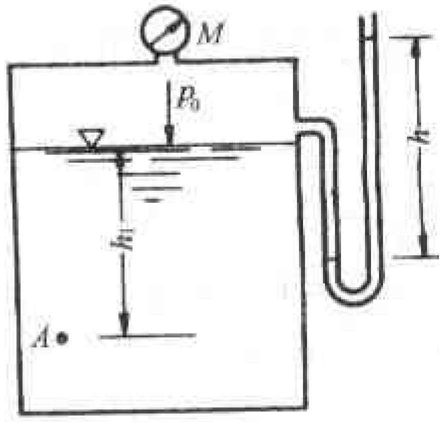


解：$p_0+\gamma h=M+\gamma Z$

$p_0 + 9.807 \times 1.5 = 4.9 + 9.807 \times 0.5$

$p_0 = -4.9 kpa$　　　　真空度为 4.9 kPa

6.封闭容器水面绝对压强 $p_0 = 107.7 kN/m^2$ 当地大气压强 $p_a = 98.07 kN/m^2$ 时　　　试求（1）水深 $h_1 = 0.8m$ 时，A 点的绝对压强和相对压强。（2）若 A 点距基准面的高度 $Z = 5m$，求 A 点的测压管高度及测管水头，并图示容器内液体各点的测压管水头线。（3）压力表 M 和酒精（$\gamma = 7.944 kN/m^2$）测压计 h 的读数为何值？



解：（1）

$p' = p_0 + \gamma h = 107.7 + 9.807 \times 0.8 = 115.55 kpa$

$p = p' - p_a = 115.55 - 98.07 = 17.48 kpa$

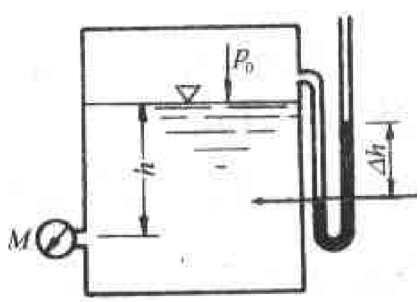
（2）A 点的测压管高度 $h = \frac{p}{\gamma} = \frac{17.48}{9.807} = 1.78m$（即容器打开后的水面高度）测压管水头

H$= \frac{p}{\gamma} + Z = 1.78 + 5 = 6.78m$

（3） $p_M = p_0 - p_a = 107.7 - 98.07 = 9.63 kpa$

酒精高度 $h = \frac{p_M}{\gamma} = \frac{9.63}{7.944} = 1.21m$

7.测压管中水银柱差 $\Delta h = 100mm$，在水深 $h = 2.5m$ 处安装一测压表 M，试求 M 的

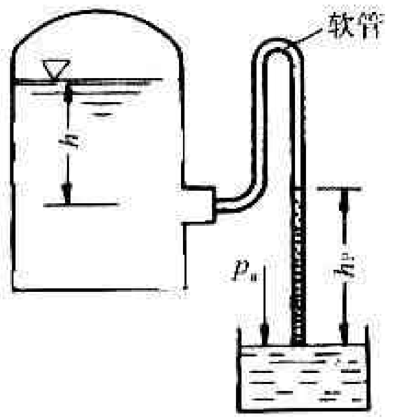


读数。

解：

$$p_M = \gamma_{Hg}\Delta h + \gamma h = 133.375 \times 0.1 + 9.807 \times 2.5 = 37.86 kpa$$

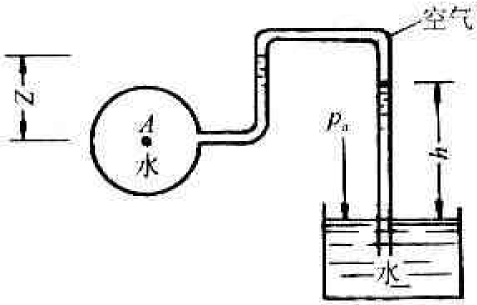
8. 已知水深 h=1.2m，水银柱高度 $h_p = 240mm$，大气压强 $p_a = 730mmHg$，连接橡皮软管中全部是空气，求封闭水箱水面的绝对压强及其真空度。



解： $p' + \gamma h + \gamma_{Hg} h_p = p_a$

$$10mH_2O \to 736mmHg$$
$$1.2mH_2O \to h$$
$$h = 88.32mmHg$$
$$p' + 88.32 + 240 = 730$$
$$p' = 401.68mmHg$$
$$p_v = p_a - p' = 730 - 401.68 = 328.32mmHg$$

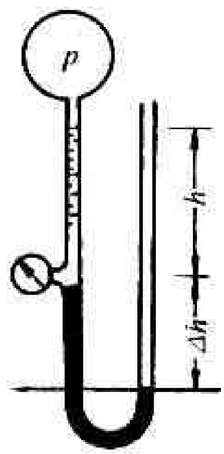
9. 已知图中 Z=1m，h=2m，求 A 点的相对压强以及测压管中液面气体压强的真空度。



解：

$$p - \gamma Z + \gamma h = 0$$
$$p = \gamma（Z - h）= 9.807（1 - 2）= -9.807 kpa$$
$$p_v = h = 2mH_2O$$

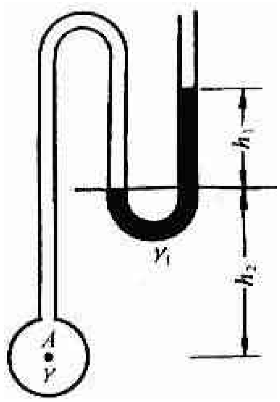
10.测定管路压强的 U 形测压管中，已知油柱高 $h = 1.22m$，$\gamma_{油} = 9kN/m^3$，水银柱差 $\Delta h = 203mm$，求真空表读数和管内空气压强 p_0。



解：

$$p_0 + \gamma h + \gamma_{Hg} \Delta h = 0$$
$$p_0 = -9.807 \times 1.22 - 133.375 \times 0.203 = -38 kpa$$
$$p_v = \gamma_{Hg} \Delta h = 133.375 \times 0.203 = 27 kpa$$

11．管路上安装一 U 形 测压管，测得 $h_1 = 30cm$，$h_2 = 60cm$，已知（1）γ为油（$\gamma_{油} = 8.354 kN/m^3$），$\gamma_1$为水银;（2）$\gamma$为油，$\gamma_1$为水；（3）$\gamma$ 为气体，γ_1 为水，求 A 点的压强水柱高度。



解：1. $p_A - \gamma h_2 = \gamma_1 h_1$

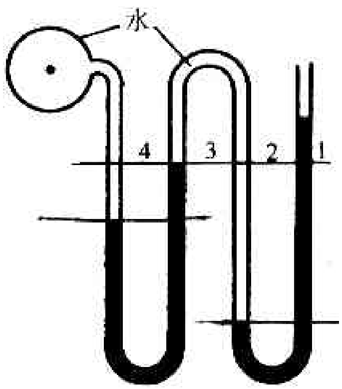
$$h_A = \frac{p_A}{\gamma_{H_2O}} = \frac{\gamma h_2 + \gamma_1 h_1}{\gamma_{H_2O}} = \frac{8.354 \times 0.6 + 133.357 \times 0.3}{9.807} = 4.6m$$

2. $$h_A = \frac{p_A}{\gamma_{H_2O}} = \frac{\gamma h_2}{\gamma_{H_2O}} + h_1 = \frac{8.354 \times 0.6}{9.807} + 0.3 = 0.811m$$

3. $h_A = h_1 = 0.3m$

12.水管上安装一复式水银测压计如图所示。问 p_1，p_2，p_3，p_4 哪个最大？哪个最小？哪些相等？

解：



$p_1 + \gamma_{Hg} h = p_2 + \gamma h$

$\gamma_{Hg} \rangle \gamma$

$\therefore p_2 \rangle p_1$

$p_2 = p_3$

$p_4 + \gamma h^{'} = p_3 + \gamma_{Hg} h^{'}$

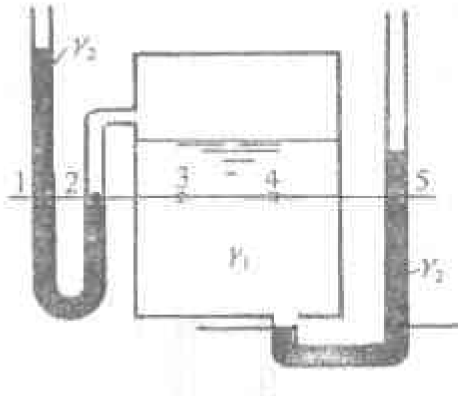
$\gamma_{Hg} \rangle \gamma$

$\therefore p_4 \rangle p_3$

$\therefore p_4 \rangle p_3 = p_2 \rangle p_1$

13.　一封闭容器盛有 γ_2(水银) $\rangle \gamma_1$(水) 的两种不同的液体。试问同一水平线上的 1，2，3，4，5 各点的压强哪点最大？哪点最小？哪些点相等？

解： $p_5+\gamma_2 h=p_4+\gamma_1 h$



$\because \gamma_2 \rangle \gamma_1 \qquad \therefore p_4 \rangle p_5$

$p_3-\gamma_1 h=p_2$

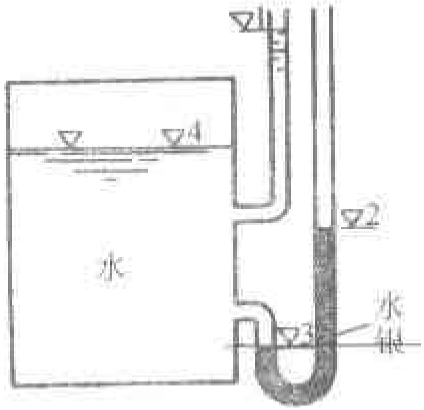
$\therefore p_3 \rangle p_2$

$p_1-\gamma_2 h=p_5-\gamma_2 h^{'}$

$\because h^{'} \langle h \qquad \therefore p_1 \rangle p_5$

$\therefore$有 $p_3=p_4 \rangle p_1=p_2 \rangle p_5$

14.　封闭水箱各测压管的液面高程为：$\nabla_1=100cm$，$\nabla_2=20cm$，$\nabla_3=60cm$。问∇_3为多少？



解：

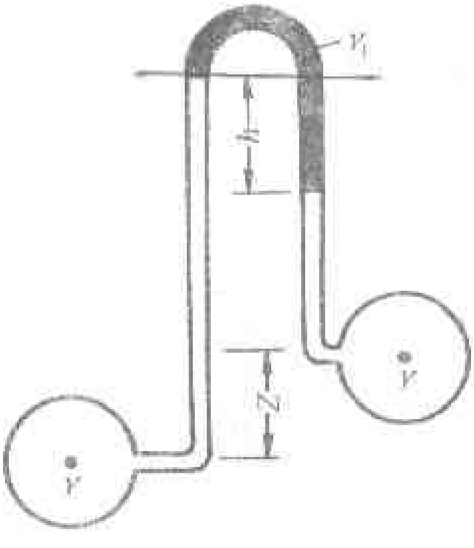
$p_4-\gamma(\nabla_1-\nabla_4)=0$

$p_4+\gamma(\nabla_4-\nabla_3)=p_3$

$p_3-\gamma_{Hg}(\nabla_2-\nabla_3)=0$

解$\nabla_3=13.7cm$

15.　两高度差 Z=20cm，的水管，当 γ_1 为空气及油（$\gamma_{油}=9kN/m^3$）时，h均为$10cm$，试分别求两管的压差。



解：（1）　γ_1为油

$p_A-\gamma(Z+h)=p_B-\gamma_1 h$

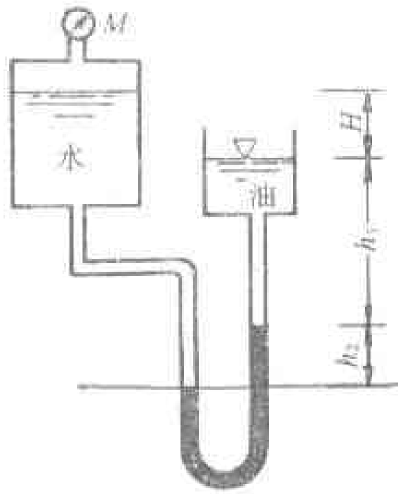
$\Delta p=p_A-p_B=\gamma(Z+h)-\gamma_1 h=2.042kPa$

（2）γ_1为空气

$p_A-\gamma(Z+h)=p_B$

$\Delta p = p_A - p_B = \gamma(Z+h) = 2.942kPa$

16. 已知水箱真空表 M 的读数为 $0.98kN/m^2$，水箱与油箱的液面差 $H=1.5m$，水银柱差 $h_2=0.2m$，$\gamma_{油}=7.85kN/m^3$，求 h_1 为多少米？



解：$\gamma_{油}h_1 + \gamma_{Hg}h_2 = \gamma(h_1+h_2+H) - M$

$h_1 = 5.61m$

注：真空表 M 在方程中为—M

17.封闭水箱中的水面高程与筒 1，管 3，4 中的水面同高，筒 1 可以升降，借以调节箱中水面压强。如将（1）筒 1 下降一定高度；（2）筒 1 上升一定高度。试分别说明各液面高程哪些最高？哪些最低？哪些同高？

解：设水箱中水位在升降中不变，如果 1 管上升 h_1

0+h_1=0+h_3　∴ h_1=h_3

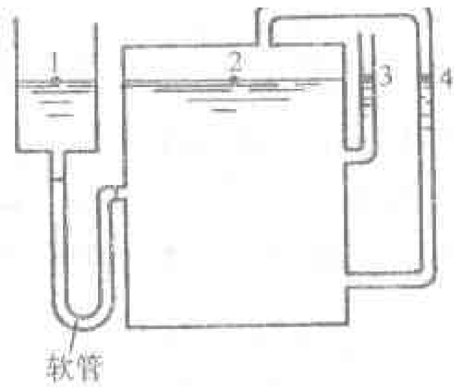
（3 管上升同样高度）

∵ $p_2 = p_4$　∴4 管不变

如果 1 管下降 h_1　h_1=h_3

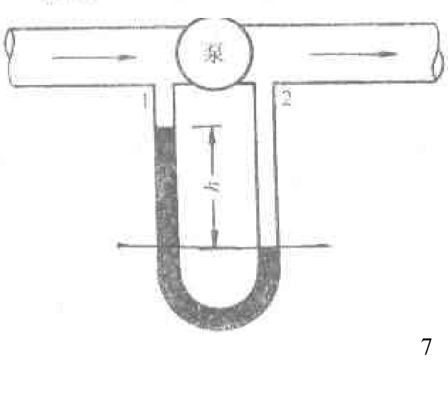
（3 管下降同样高度）

∵ $p_2 = p_4$　∴4 管不变

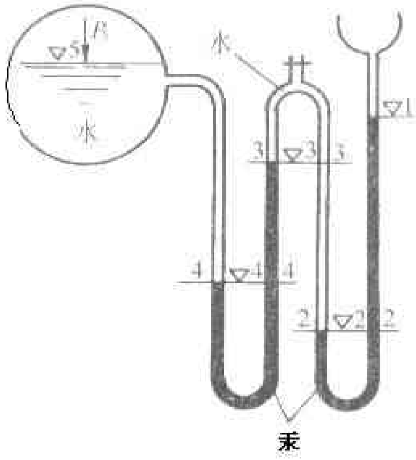


18. 题在 2—45 后面

19.　在水泵的吸入管 1 和压出管 2



中安装水银压差计，测得$h=120mm$，问水经过水泵后压强增加多少？，若为风管，则水泵换为风机，压强增加多少mmH_20。



解：（1）管中是水$p_1+\gamma_{Hg}h=p_2+\gamma h$

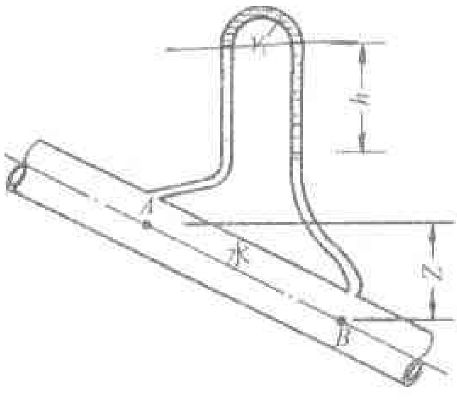
$p_2-p_1=(\gamma_{Hg}-\gamma)\ h=15kpa$

（2）管中是空气

$p_1+\gamma_{Hg}h=p_2$

$p_2-p_1=\gamma_{Hg}h=16kpa=1630mmH_2O$

20. 图为倾斜水管上测定压差的装置，测得$Z=200mm$，$h=120mm$,当（1）$\gamma_1=9.02kN/m^3$为油时；（2）γ_1为空气时，分别A，B两点的压差。



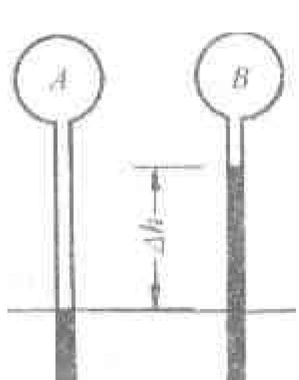
解：（1）$p_A-\gamma h=p_B-\gamma Z-\gamma_1 h$

$\therefore p_B-p_A=1.867kpa$

（2）$p_A-\gamma h=p_B-\gamma Z$

$\therefore p_B-p_A=0.785kpa$

21. A，B 两管的轴心在同一水平线上，用水银压差计测定压差。测得$\Delta h=13cm$，当A，B 两管通过（1）为水时；（2）为煤气时，试分别求压差。



解：（1）$p_A+\gamma\Delta h=p_B+\gamma_{Hg}\Delta h$

$p_A-p_B=(\gamma_{Hg}-\gamma)\ \Delta h=16.06kpa$

（2） $p_A = p_B + \gamma_{Hg} \Delta h$

$p_A - p_B = \gamma_{Hg} \Delta h = 17.34 kpa$

22. 复式测压计中各液面的高程为：$\nabla_1 = 3.0m$，$\nabla_2 = 0.6m$，$\nabla_3 = 2.5m$，$\nabla_4 = 1.0m$，$\nabla_5 = 3.5m$，求p_5。

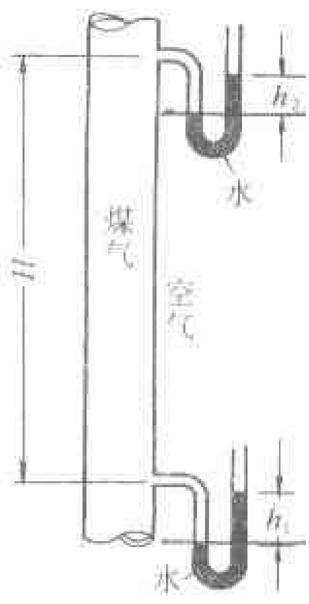
解：

$$p_5 + \gamma(\nabla_5 - \nabla_4) - \gamma_{Hg}(\nabla_3 - \nabla_4) + \gamma(\nabla_3 - \nabla_2) - \gamma_{Hg}(\nabla_1 - \nabla_2) = 0$$

$p_5 = 477 kpa$

23. 一直立煤气管，在底部测压管中测得水柱差h_1=10mm，在 H= 20m 高处的测压管中测得水柱差$h_2 = 115 mm$，管外空气容重$\gamma_{气} = 12.64 N/m^3$，求管中静止煤气的容重。

解：方法（1）



设外管大气压强为p_a，γ_a,利用绝对压强

管内：$p_{上}^{'} = p_{a上} + \gamma_{H_2O} h_2$

$p_{下}^{'} = p_{a下} + \gamma_{H_2O} h_1 = p_{上}^{'} + \gamma H$

管外：$p_{a下} = p_{a上} + \gamma_a H$

∴ $\gamma = 5.29 N/m^3$

方法（2）

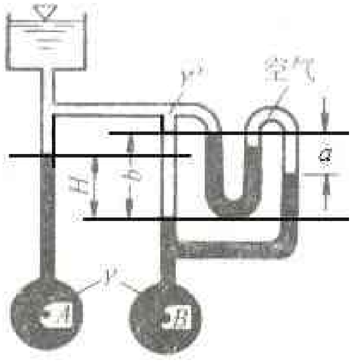
$\gamma_{H_2O} h_2 + \gamma H - \gamma_{H_2O} h_1 = \gamma_a H$

代入数据解得： $\gamma = 5.29 N/m^3$

24. 已知倾斜微压计的倾角$\alpha = 20^{\circ}$，测得 $l = 100 mm$,微压计中液体为酒精，$\gamma_{酒} = 7.94 kN/m^3$，求测定空气管段的压差。

解：$\Delta p = \gamma l \sin\theta = 7094 \times 0.1 \times \sin 20^{\circ} = 271 pa$

25. 为了精确测定容重为γ的液体A,B两点的微小压差，特设计图示微压计。测定时的各液面差如图示。试求γ与γ'的关系以及同一高程上A，B两点的压差。



解：$\gamma' b = \gamma (b - a)$

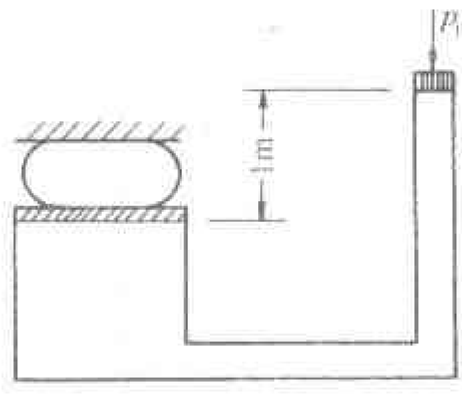
$\therefore \gamma' = \gamma (1 - \frac{a}{b})$

$p_A - \gamma H = p_B - \gamma' H$

$\therefore \Delta p = p_A - p_B = H(\gamma - \gamma') = H\left[\gamma - \gamma(1 - \frac{a}{b})\right] = \frac{a}{b} H\gamma$

26. 有一水压机，小活塞面积$A_1 = 10\,cm^2$,大活塞面积$A_2 = 1000\,cm^2$.（1）小活塞上施力 98.1N，问大活塞上受力多少？（2）若小活塞上再增加 19.6N，问大活塞上再增加力多少？

解：（1）$p_1 + \gamma \cdot 1 = p_2$



其中$p_1 = \frac{98.1}{A_1}$

$F_2 = p_2 \cdot A_2 = 10.79kN$

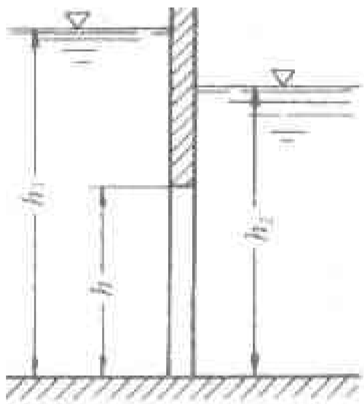
（2）$p'_1 + \gamma \cdot 1 = p'_2$

其中$p'_1 = \frac{98.1 + 19.6}{A_1}$

$F'_2 = p'_2 \cdot A_2 - F_2 = 1.96kN$

（此题注意力与压强的区别）

27. 有一矩形底孔闸门，高$h = 3m$，宽$b = 2m$,上游水深$h_1 = 6m$，下游水深$h_2 = 5m$。试用图解法以及解析法求作



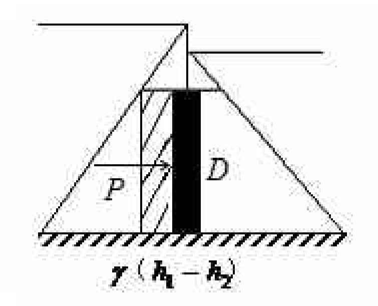
用于闸门上的水静压力以及作用点。

解：图解法：

$P=\gamma（h_1-h_2）\cdot hb=59kN$

作用点 D：即长方形的形心$\Rightarrow$闸门中心

解析法：

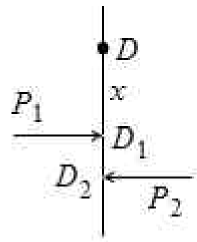


$P=P_1-P_2=\gamma A（h_{c1}-h_{c2}）=\gamma A（4.5-3.5）=59kN$

作用点：$J_c=\frac{1}{12}bh^3=4.5m^4$

$$y_{D_1}=y_c+\frac{J_c}{y_cA}=4.5+\frac{4.5}{4.5\times6}=4\frac{2}{3}\text{m}$$

$$y_{D_2}=y_c+\frac{J_c}{y_cA}=3.5+\frac{4.5}{3.5\times6}=3\frac{5}{7}\text{m}$$



$\Rightarrow$按 1 的水平面=$4\frac{5}{7}$m

对 D 点取矩：$P_1x=P_2\left[(4\frac{5}{7}-4\frac{2}{3})+x\right]$

$\therefore x=\frac{1}{6}$m

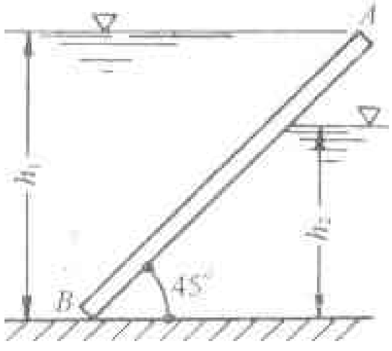
$y_D=4\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=4.5$m（闸门中心处）

28. 宽为 1 米，长为 AB 的矩形闸门，倾角为 45°，左侧水深 $h_1=3m$，右侧水深 $h_2=2m$。试 用图解法求作用于闸门上的水静压力及其作用点。

解：P=阴影部分面积×1

=（大三角形面积-小三角形面积）×1

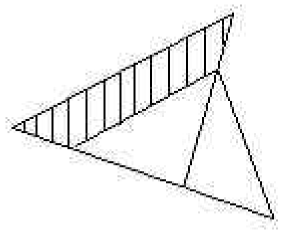
$$=\frac{1}{2}\frac{h_1}{\sin45^\circ}\gamma h_1-\frac{1}{2}\frac{h_2}{\sin45^\circ}\gamma h_2=34.65kN$$



作用点：y_{D_1} 在大三角形中心，即

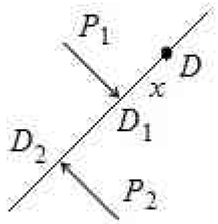
$$\frac{h_1}{\sin 45^\circ}\cdot\frac{2}{3}=2\sqrt{2}$$

y_{D_2} 在小三角形中心，即



$$\frac{h_2}{\sin 45^\circ}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{3}\sqrt{2}\Rightarrow$$ 从 A 点计算=$\frac{7}{3}\sqrt{2}$ m

对 D 点取矩；



$$P_1 x=P_2\left[\left(\frac{7}{3}\sqrt{2}-2\sqrt{2}\right)+x\right]$$

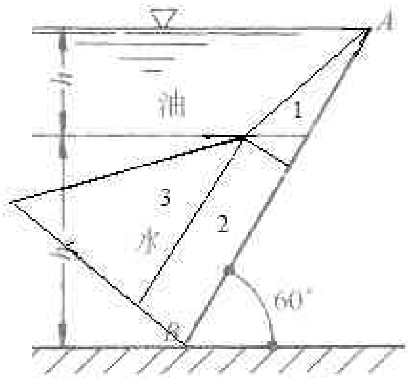
$x=\frac{4}{15}\sqrt{2}$ m

$$\therefore y_D=2\sqrt{2}-\frac{4}{15}\sqrt{2}=2.45m$$

（从 A 点计算）

29.　倾角 $\alpha=60^\circ$ 的矩形闸门 AB 上部油深 $h=1m$，下部水深 $h_1=2m$，$\gamma_{油}=7.84kN/m^3$,求作用与闸门上每米宽度的水静压力及其作用点。

解：$P=$（①+②+③）$\times 1$



$$=\frac{1}{2}\gamma_{油}hy+\gamma_{油}hy_1+\frac{1}{2}\gamma_{水}h_1y_1$$

$$=P_1+P_2+P_3=45.2kN$$

（其中：$y=\frac{h}{\sin 60^0}$）

作用点：

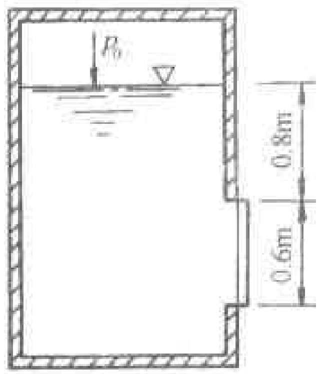
$y_{D_1}=\frac{2}{3}y$　　　　　　$y_{D_2}=\frac{1}{2}y_1+y$

$y_{D_3}=\frac{2}{3}y_1+y$

$$Py_D=P_1y_{D_1}+P_2y_{D_2}+P_3y_{D_3}$$

解得：$y_D=2.35m$

30. 密封方形柱体容器中盛水，底部侧面开$0.5\times0.6m$的矩形孔，水面的绝对压强$p_0=117.7kN/m^2$,当地大气压强$p_a=98.07kN/m^2$。求作用于闸门上的静水压力及其作用点。



解：打开密封，水面上升$\dfrac{117.7-98.07}{9.807}=2m$

$$P=\gamma h_c A=\gamma\ (2+0.8+0.3)\times0.5\times0.6=9.12kN$$

作用点：

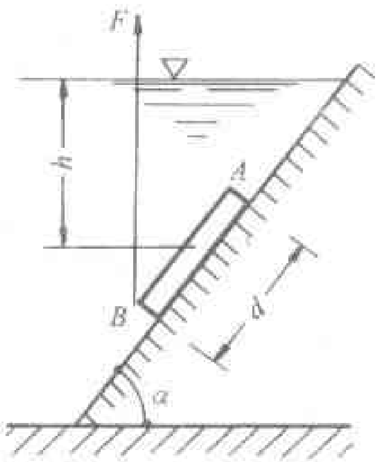
$$J_C=\frac{1}{12}bh^3=\frac{1}{12}\times0.5\times0.6^3=9\times10^{-3}m^4$$

$$y_D=\frac{J_C}{y_C A}=\frac{9\times10^{-3}}{3.1\times0.3}=0.01m$$

即在形心下方 0.01m 处

31.　坝的圆形泄水孔装一直径$d=1m$的平板闸门，中心水深$h=3m$，闸门所在斜面$\alpha=60^\circ$闸门 A 端设有铰链，B 端绳索可将闸门拉开，当闸门开启时可绕 A 向上转动，在不计摩擦力及钢索闸门重力时，求开闸所需之力（圆：$J_c=\dfrac{\pi}{64}D^4$）

解：$$y_D=\frac{\frac{\pi}{64}d^4}{\frac{h}{\sin60^\circ}\frac{\pi}{4}d^2}=\frac{\sqrt{3}}{96}$$



$$P=\gamma h_c A=\gamma\times3\times A=23.1kN$$

对 A 点取矩：

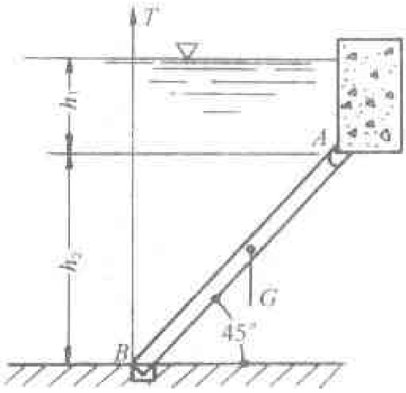
$$F\cos60^\circ d=P\ (\frac{d}{2}+y_D)$$

$$F=24kN$$

32.　AB 为一矩形闸门，A 为闸门的转轴，闸门宽$b=2m$闸自

重$G=19.62kN$， $h_1=1m$，$h_2=2m$。问 B 端所施的铅直力 T 为何值时，才能将闸门打开？

解：



$$y_D=\frac{J_c}{y_cA}=\frac{\frac{1}{12}by^3}{\frac{1+1}{\sin 45^\circ}A}=\frac{\frac{1}{12}\times 2\times(\frac{2}{\sin 45^\circ})^3}{\frac{2}{\sin 45^\circ}\times 2\times\frac{2}{\sin 45^\circ}}=\frac{1}{6\sin 45^\circ}$$

$$P=\gamma h_cA=\gamma\times 2\times 2\times\frac{2}{\sin 45^\circ}$$

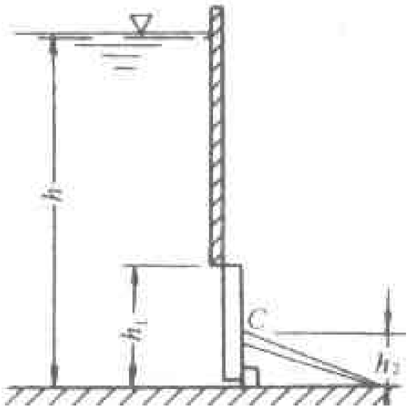
对 A 点取矩：

$$P\left(y_D+\frac{1}{\sin 45^\circ}\right)+G\times 1=T\times 2$$

$$T=101.34kN$$

33.　某处设置安全闸门如图所示，闸门宽$b=0.6m$，高$h_1=1m$，铰链 C 装置于距底$h_2=0.4m$，闸门可绕 C 点转动。求闸门自动打开的水深h为多少米？

解：即要求：



$$y_D=h-h_2=y_c+\frac{J_c}{y_cA}$$

$$y_c=h-0.5$$

$$J_c=\frac{1}{12}by^3=\frac{1}{12}bh_1^3$$

解得：

$$h=1.33m$$

$$\therefore h>1.33m$$

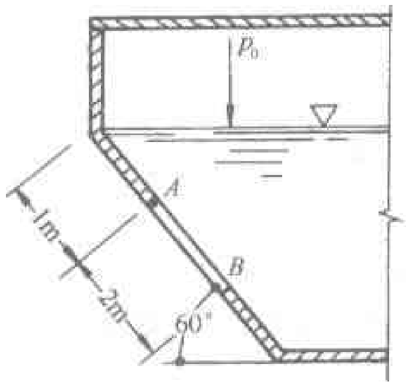
34. 封闭容器水面的绝对压强$p_0=137.37kN/m^2$。容器的左侧开$2\times 2m$的方形孔，覆以盖板 AB，当大气压$p_a=98.07kN/m^2$时，求作用于此板的水静压力及作用点。

解：打开容器，水位上升高度

$h = \dfrac{p_0 - p_a}{\gamma} = 4m$

$h_c = 4 + (1+1)\sin 60^\circ$

$P = \gamma h_c A = 225\,kN$



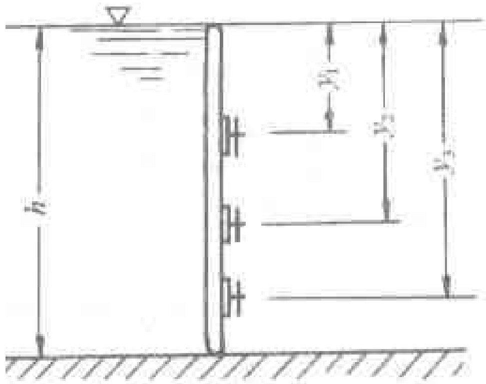
作用点：

$\because\ y_c = \dfrac{4}{\sin 60^\circ} + (1+1)$

$J_c = \dfrac{b}{12} h^3$

$\therefore\ y_D = \dfrac{J_c}{y_c A} = 0.05m$　　（在形心下方 0.05M 处）

35. 有一直立的金属平面矩形闸门，背水面用三根相同的工字梁做支撑，闸门与水深 $h = 3m$ 同高。求各横梁均匀受力时的位置。



解：如图，小三角形的面积=$\frac{1}{3}$总三角形的面积

$\dfrac{1}{2} h_1 \cdot \gamma h_1 = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3\gamma$

$\because\ h_1 = \sqrt{3}$

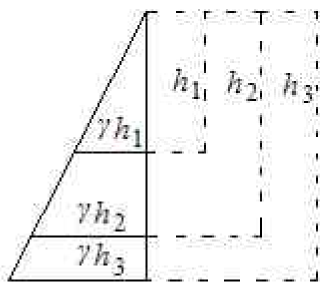
同理 $h_2 = \sqrt{6}$， $h_3 = 3$

作用点： $y_{D1} = \dfrac{2}{3} h_1 = \dfrac{2}{3}\sqrt{3} = 1.155\,m$

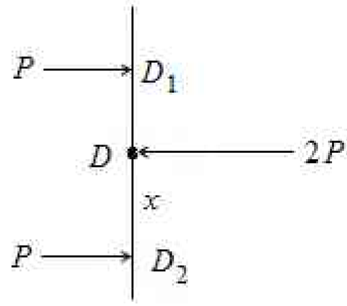
求 D_2

$\because\ y_D = \dfrac{2}{3}\sqrt{6} = 1.63$

$y_D - y_{D1} = 0.48$



设 $DD_2 = x$，对 D_1 求矩

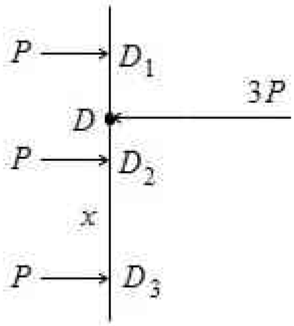


$2P \times 0.48 = P \times (0.48 + x)$

$\therefore x = 0.48$

$\therefore y_{D2} = y_D + 0.48 = 2.11m$

求 D_3， $y_D = \frac{2}{3} \times 3 = 2$



$y_{D2} - y_D = 2.11 - 2 = 0.11$

$y_D - y_{D1} = 2 - 1.155 = 0.845$

设 $D_2D_3 = x$，对 D 取矩

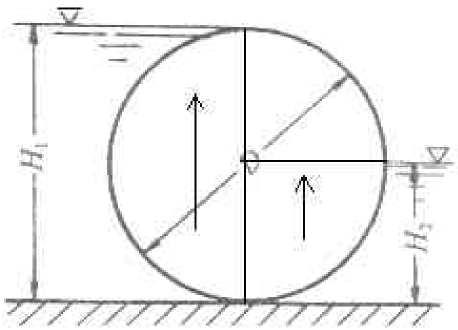
$P \times 0.845 = P \times 0.11 + P \times (0.11 + x)$

$\therefore x = 0.625$

$y_{D3} = y_{D2} + 0.625 = 2.73m$

36. 一圆滚门，长度 $l = 10m$，直径 $D = 4m$，上游水深 $H_1 = 4m$ 下游水深 $H_2 = 2m$ 求作用于圆滚门上的水平和铅直分压力。

解： $P_x = \gamma h_{c1} A_1 - \gamma h_{c2} A_2 = \gamma (\frac{H_1}{2} Dl - \frac{H_2}{2} H_2 l) = 590kN$

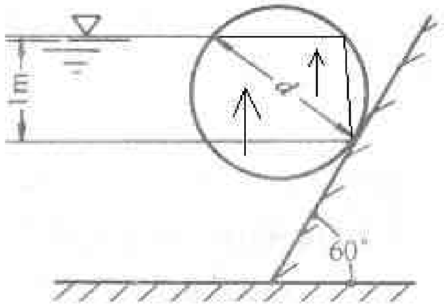


由题知，圆滚门为虚压力体，

$P_z = \gamma V = 920kN$，方向如图所示

37. 某圆柱体得直径 $d = 2m$，长 $l = 5m$，放置于 60° 的斜面上，求作用于圆柱体上的水平和铅直分压力及其方向。

解： $P_x = \gamma h_c A = \gamma \times \frac{1}{2} \times 1 \times 5 = 24.5kN$



方向 $\rightarrow$

P_z：由图可知，圆柱体为虚压力体（半圆+三角形）， $P_z = \gamma V = 120kN$，方向如图

所示

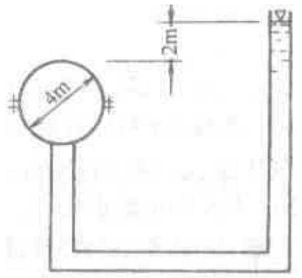
38. 一球形容器盛水，容器由两个半球面用螺栓连接而成，水深$H=2m$，$D=4m$，求作用于螺栓上的拉力。

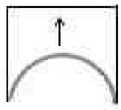
解：虚压力体：

$P_Z=\gamma V=658kN$

每个螺栓：

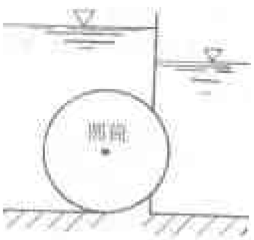
$P=\frac{1}{2}p_z=329kN$，方向如图所示

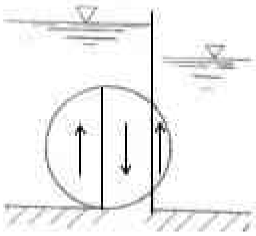




39. 图（1）为圆筒，（2）为球。分别绘出压力体图并标出受力方向。

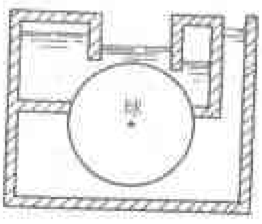
（1）

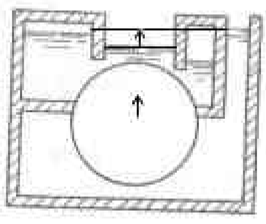




压力体

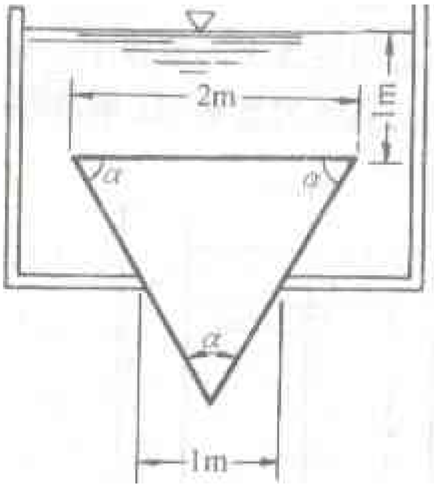
（2）

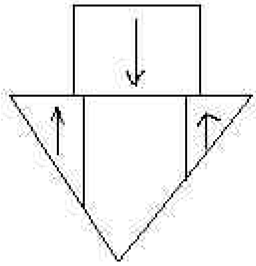




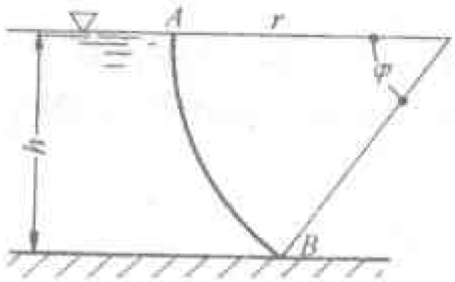
压力体

40. 图示用一圆锥形体堵塞直径$d=1m$的底部孔洞，求作用于锥体的水静压力。





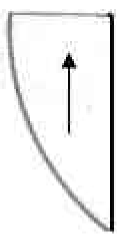
解： $P=\gamma\sum V=\gamma(V\uparrow - V\downarrow)=1.2kN$ （↑）

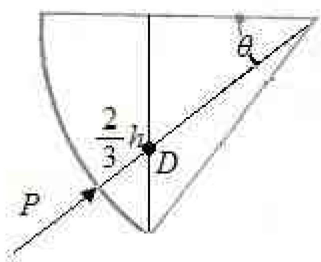


41. 一弧形闸门 AB，宽$b=4m$,圆心角$\varphi=45^\circ$，半径$r=2m$，闸门转轴恰与水平面齐平,求作用于闸门的静水压力及其作用点。

解：$P_x=\gamma h_c A=\gamma\dfrac{h}{2}A=4\gamma$ （作用点在$\dfrac{2}{3}h$处）

P_z： 虚压力体



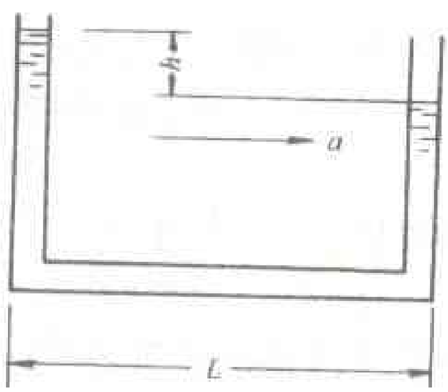


$P_z=\gamma V=2.28\gamma$

$P=\sqrt{p_x^2+p_z^2}=45.2kN$

方向$tg\theta=\dfrac{P_z}{P_x}=0.57$

42. 为了测定运动物体的加速度，在运动物体上装一直径为d的U形



管，测得管中液面差$h=0.05m$，两管的水平距离$L=0.3m$,求加速度a。

解：$Z=-\frac{a}{g}x$

将$x=\frac{L}{2}$，$Z=-\frac{h}{2}$，代入

$a=1.635\,m/s^2$

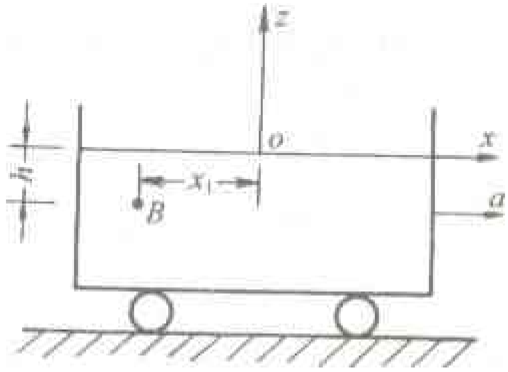
43. 一封闭容器内盛水，水面压强p_0，求容器自由下落时水静压强分布规律。

解：以自由下落的容器为参照系（非惯性系）合力=0

∴ $d\rho=0$

$p=C=p_0$

44. 一洒水车以等加速度$a=0.98m/s^2$在平地行驶，水静止时，B点位置为$x_1=1.5m$，水深$h=1m$,求运动后该点的水静压强。

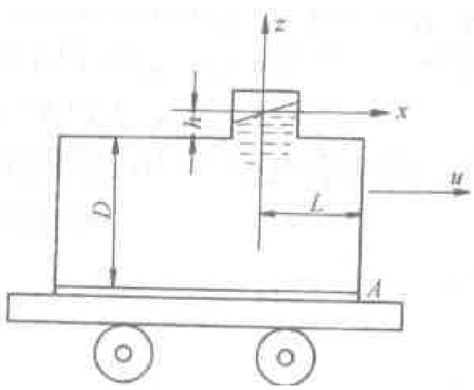


解：$p=-\frac{a}{g}x-Z$

将$x=-1.5$，$Z=-1$，代入

得$p=1.15mH_2O$

45. 油罐车内装着$\gamma=9807N/m^3$的液体，以水平直线速度$u=10m/s$行驶。油罐车的尺寸为直径$D=2m$，$h=0.3m$，$L=4m$。在某一时刻开始减速运动，经100米距离后完



全停下。若考虑为均匀制动，求作用在侧面 A 上的作用力。

解：$v^2 + 2ax = 0$

∴ $a = -0.5m/s^2$

$P = \gamma h_c A$

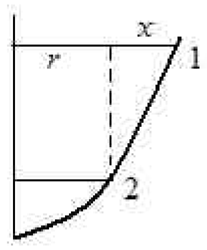
其中$h_c = -\dfrac{a}{g}L + h + \dfrac{D}{2}$，$A = \pi D^2$

得$P = 46.31kN$

18. 盛液容器绕铅直轴作等角速度旋转，设液体为非均质，试证：等压面也是等密面和等温面。

解：设$p_1^{'} = \gamma_1(\dfrac{r^2}{2g} - z_1)$ ，$p_2 = \gamma_2 \dfrac{r^2}{2g} - \gamma_1 z_2$

∵等压面



∴ $p_1 = p_2$

$\gamma_1\left[\dfrac{(r+x)^2}{2g} - z_1\right] = \gamma_2 \dfrac{r^2}{2g} - \gamma_1 z_2$ ①

又∵ $p_1^{'} + \gamma_1[-z_2 - (-z_1)] = p_2$

即$\gamma_1(\dfrac{r^2}{2g} - z_1) + \gamma_1[-z_2 - (-z_1)] = \gamma_2 \dfrac{r^2}{2g} - \gamma_1 z_2$ ②

由①②$-z_2 - (-z_1) = 2rx + x^2$

代入①化简

$\gamma_1 r^2 = \gamma_2 r^2$

∴ $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$

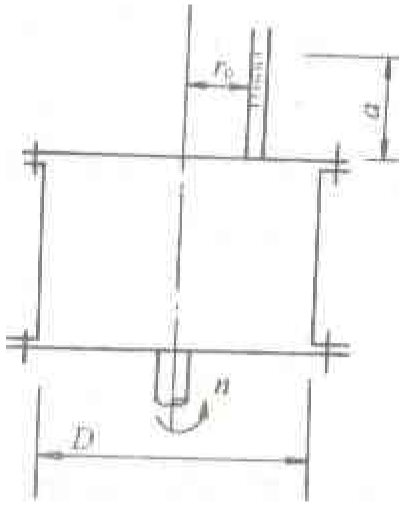
∵ $\gamma = \rho g$

∴是等密度面

∵ρ再同一压力下仅是温度的函数

∴也是等温面

46. 一圆柱形容器直径$D=1.2m$，完全充满水，顶盖上在$r_0=0.43m$处开一小孔敞口测压管中的水位$a=0.5m$，问此容器绕其立轴旋转的转速n多大时，顶盖所受的静水总压力为零？



解：$\int_{p_0}^{p} dp=\int_{0.43}^{r}\omega^2 rdr$

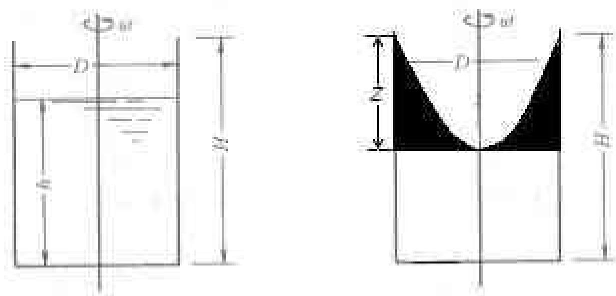
$$p=p_0+\frac{\omega^2 r^2}{2g}\Big|_{0.43}^{r}=0.5+(\frac{\omega^2 r^2}{2g}-\frac{\omega^2 0.43^2}{2g})$$

$$P=\int pdA=\int_0^R p2\pi\cdot rdr$$

将p的表达式代入上式，积分并令其=0 解出ω

$$\rightarrow n=\frac{\omega}{2\pi}=7.12/s=427rpm$$

47. 在$D=30cm$，高度$H=50cm$的圆柱形容器中盛水深至

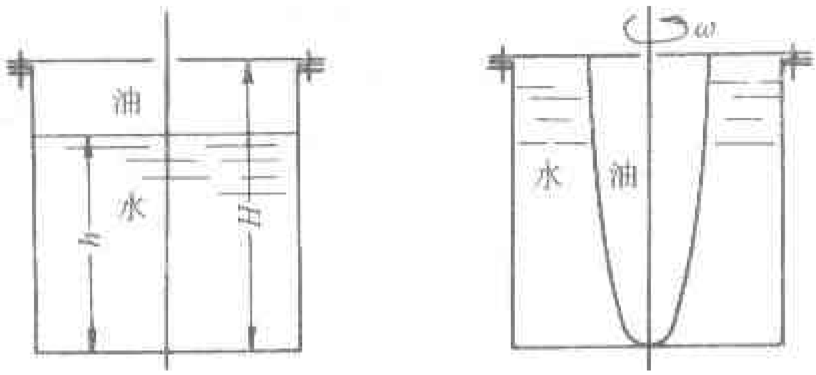


$h=30cm$，当容器绕中心轴等角速旋转时，求使水恰好上升到H时的转数。

解：利用结论；原水位在现在最高水位和最底水位的正中间，即$Z=0.4m$

由 $Z=\dfrac{\omega^2 R^2}{2g}\rightarrow\omega\rightarrow n=178\,rpm$

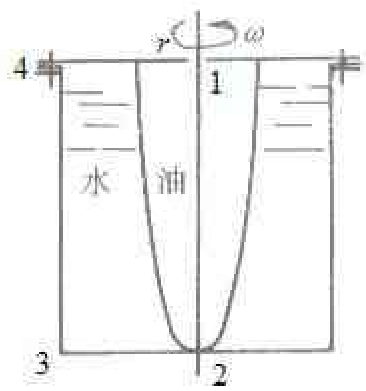
48. 直径 $D=600\,mm$，高度 $H=500\,mm$ 的圆柱形容器，盛水深至 $h=0.4m$，剩余部分装以比重为 0.8 的油，封闭容器上部盖板中心有一小孔。假定容器绕中心轴等角速度旋转时，容器转轴和分界面的交点下降 0.4 米，直至容器底部。求必须的旋转角速度及盖板，器底上最大最小压强。



解：利用结论：

油：$\pi r^2\dfrac{H}{2}=\pi R^2(0.5-0.4)$

∴ $r^2=0.4R^2$



$p_1=0$（盖板最小）

$p_2=sh=0.8\times0.5=0.4m$（底部最小）

$p_m=p_2=0.4=\dfrac{\omega^2 r^2}{2g}\times0.8$ m

$\Rightarrow\omega^2=27.2\Rightarrow\omega=16.5/s$

$p_3=0.4+\dfrac{\omega^2R^2}{2g}=1.65m$（底部最大）.

$p_4 = p_3 - 0.5 = 1.15m$ （盖板最大）