

第十节 总水头线和测压管水头线

位置水头、压强水头和流速水头之和称为**总水头**。

$$H = Z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

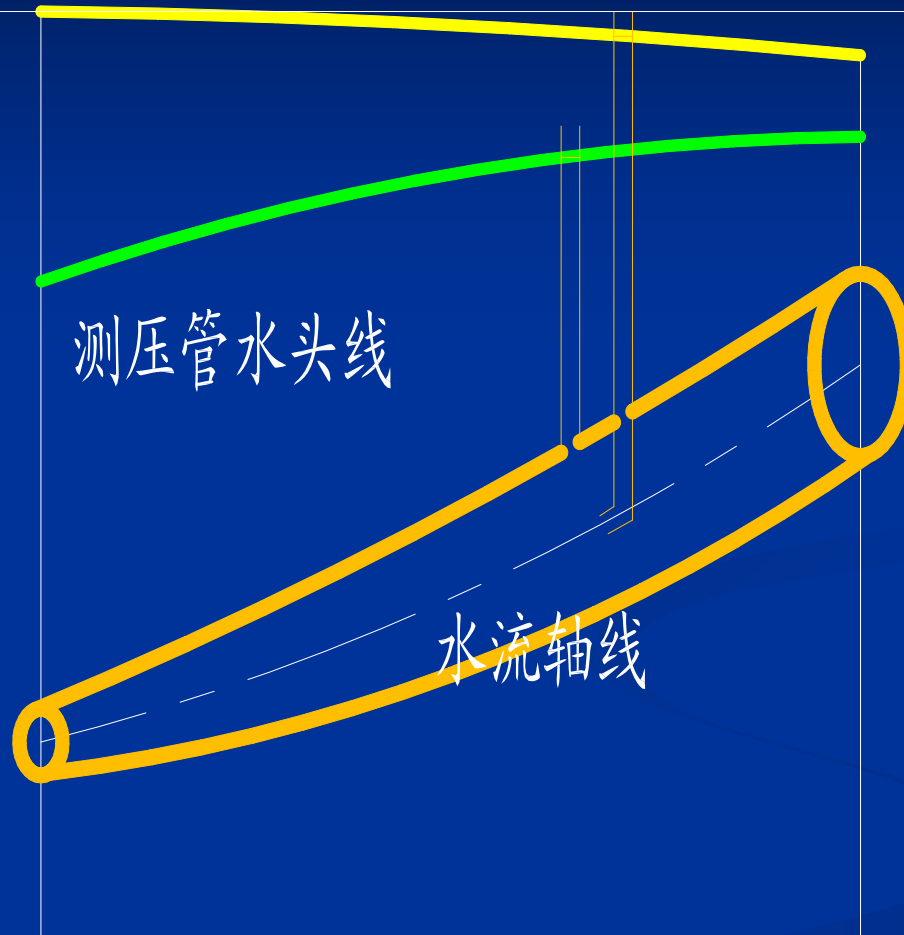
测压管水头是同一断面**总水头与流速水头之差**。

$$H_p = Z + \frac{p}{\gamma} = H - \frac{v^2}{2g}$$

水头损失是两断面**总水头之差**。

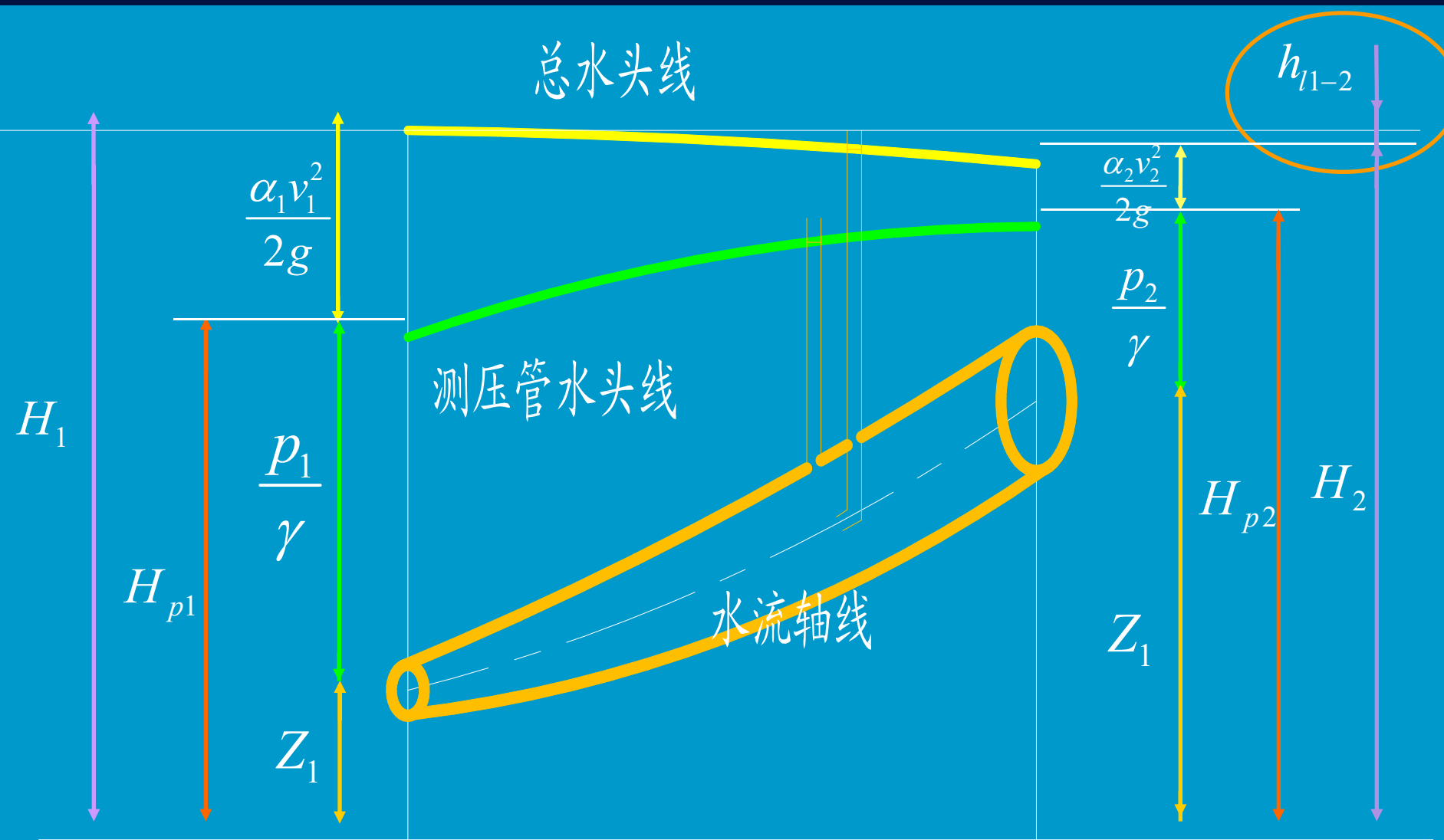
$$H_{l1-2} = H_1 - H_2$$

总水头线



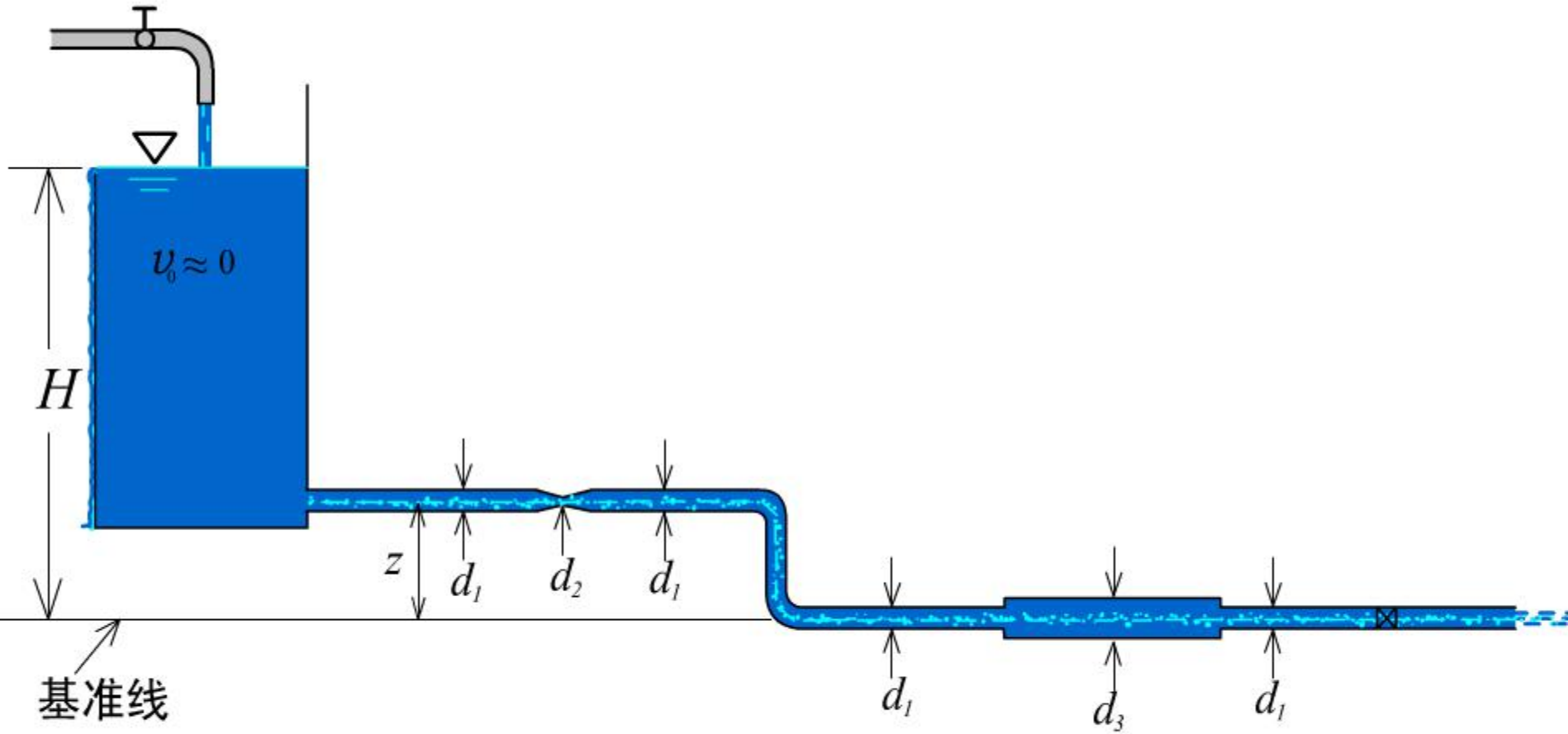
测压管水头线

水流轴线

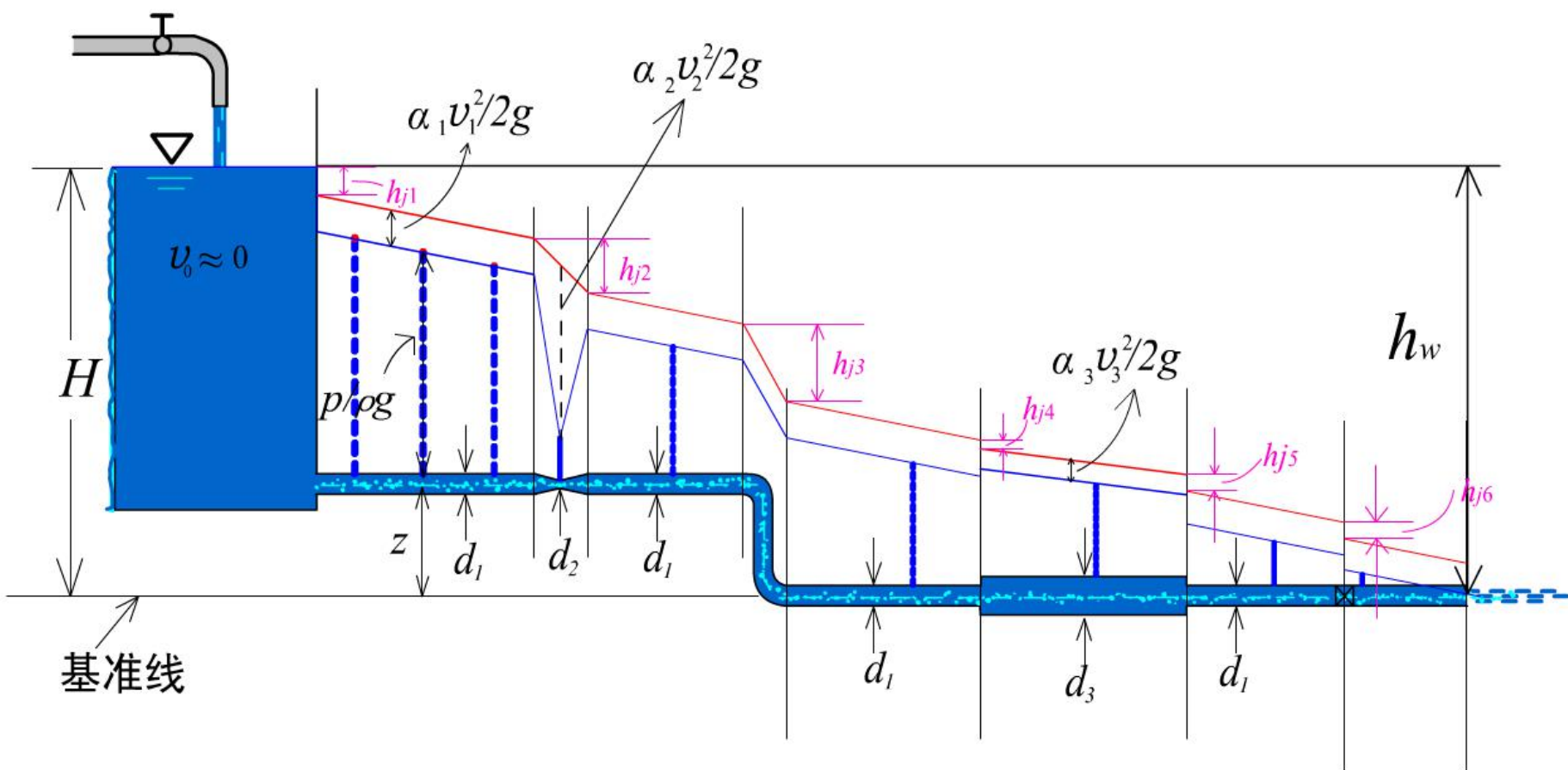


总水头线和测压管水头线

- ✓ 总水头线是沿水流逐段减去水头损失绘制而成。
- ✓ 测压管水头线是根据总水头线减去流速水头绘制而成。
- ✓ 在绘制总水头线时, 需注意区分沿程损失和局部损失在总水头线上表示形式的不同。沿程损失假设为沿管线**均匀发生**, 局部损失假设在局部障碍处**集中作用**。

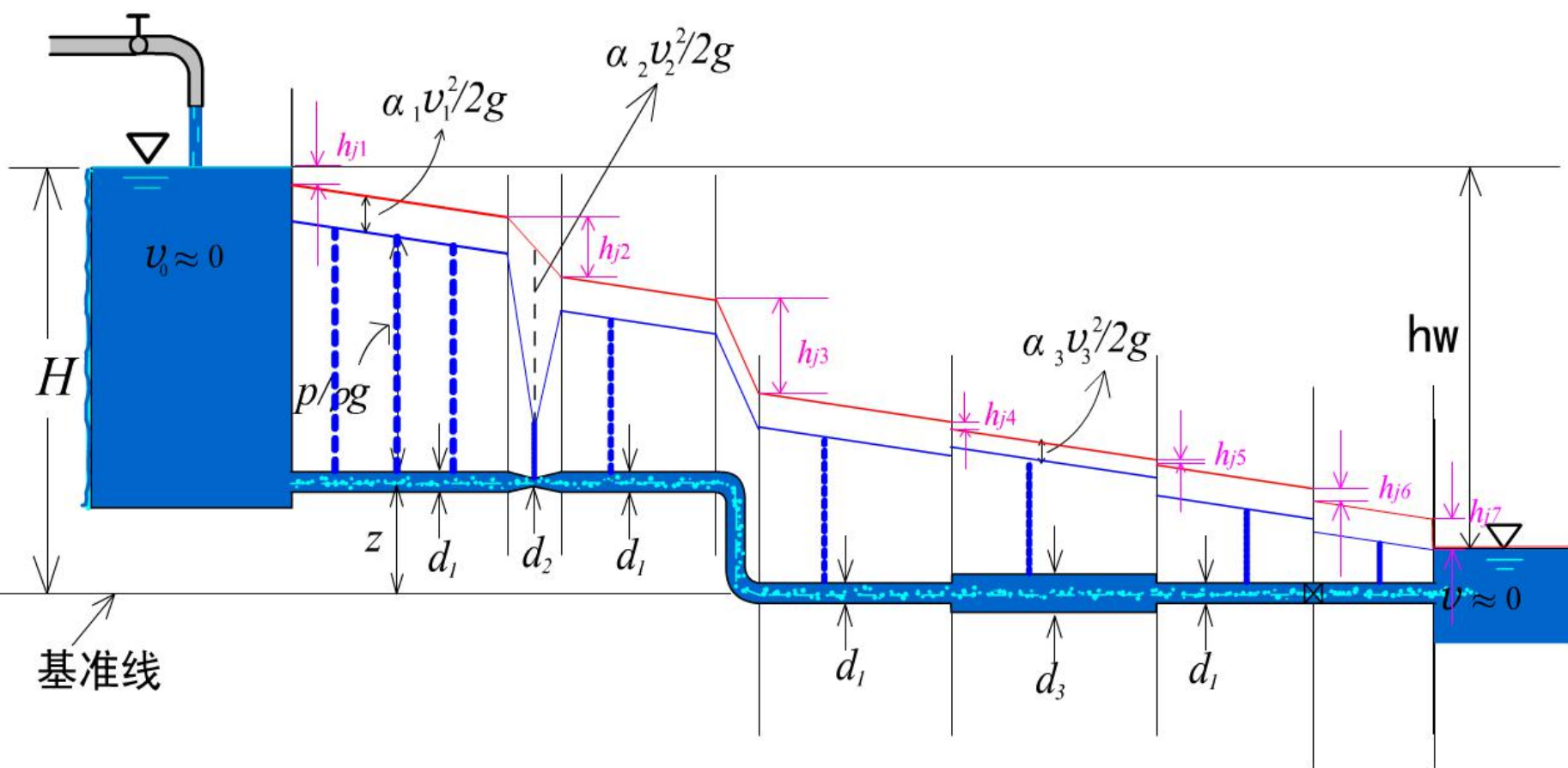


总水头线和测压管水头线的绘制



测压管水头线与能头线的绘制

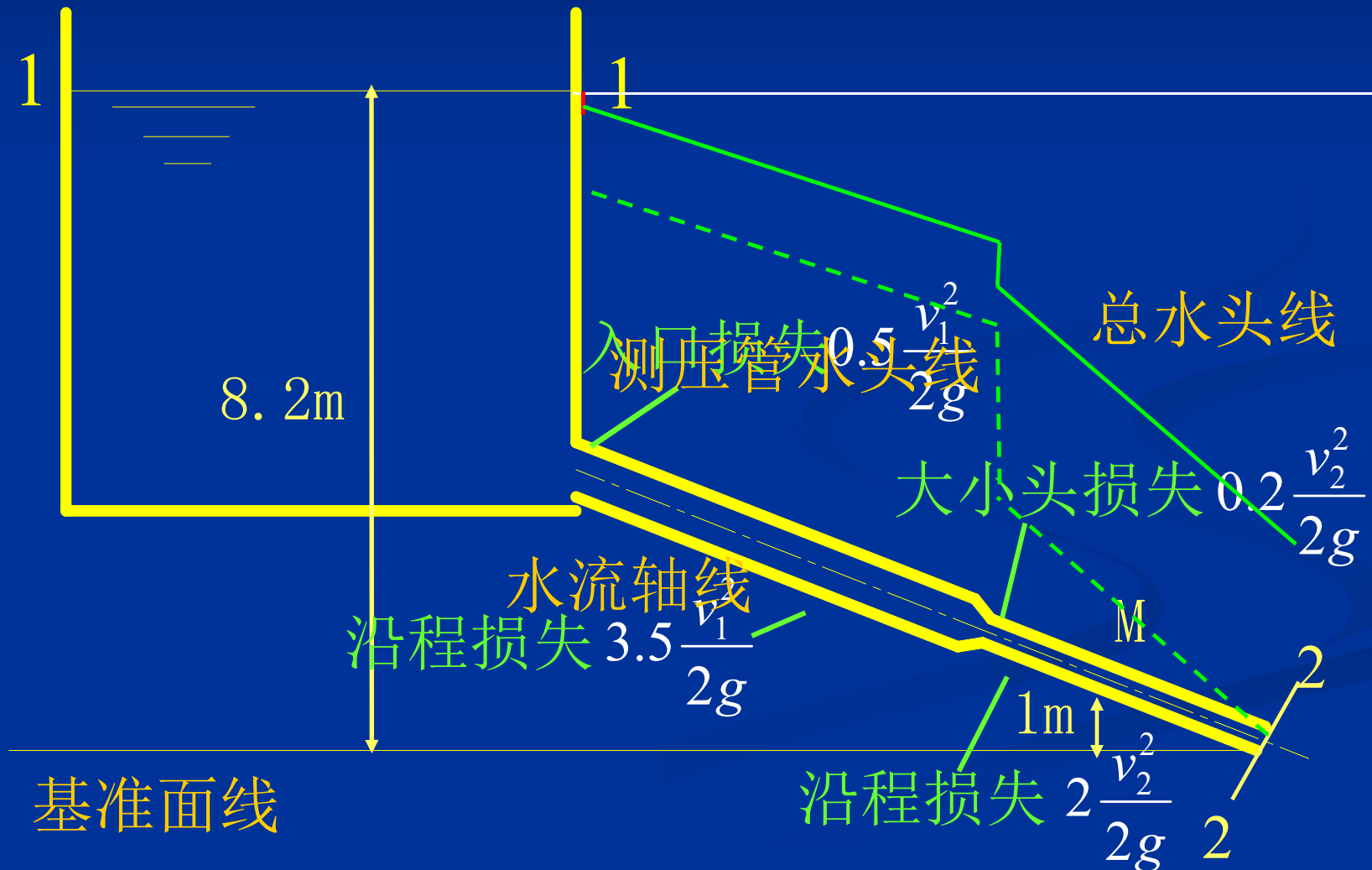




测压管水头线与能头线的绘制



例3-10：大小管断面的比例为2:1，损失见图，求
 1、出口流速 v_2 。 2、绘总水头线和测压管水头线。
 3、根据水头线求M点的压强。



第十一节 恒定气流能量方程式

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{l1-2}$$

虽然上式是在不可压缩流体的假设上得出的，但对于流速不太高，压强不太大的气体同样适用。

$$p_1' + \gamma Z_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2' + \gamma Z_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$

工程中测出的压强多为相对压强，因此，水力计算多以相对压强为依据。

将绝对压强换为相对压强，液体和气体应当区别对待。

液体在管中流动时，由于液体容重远大于空气容重，一般可忽略大气压强因高度不同的差异。此时：

$$p_1' = p_a + p_1$$

$$p_2' = p_a + p_2$$

将上式带入能量方程式中，得：

$$p_1 + \gamma Z_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \gamma Z_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$

$$p_1 + \gamma Z_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \gamma Z_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$

对于液体流动，能量方程式中的压强用绝对压强或相对压强均可。

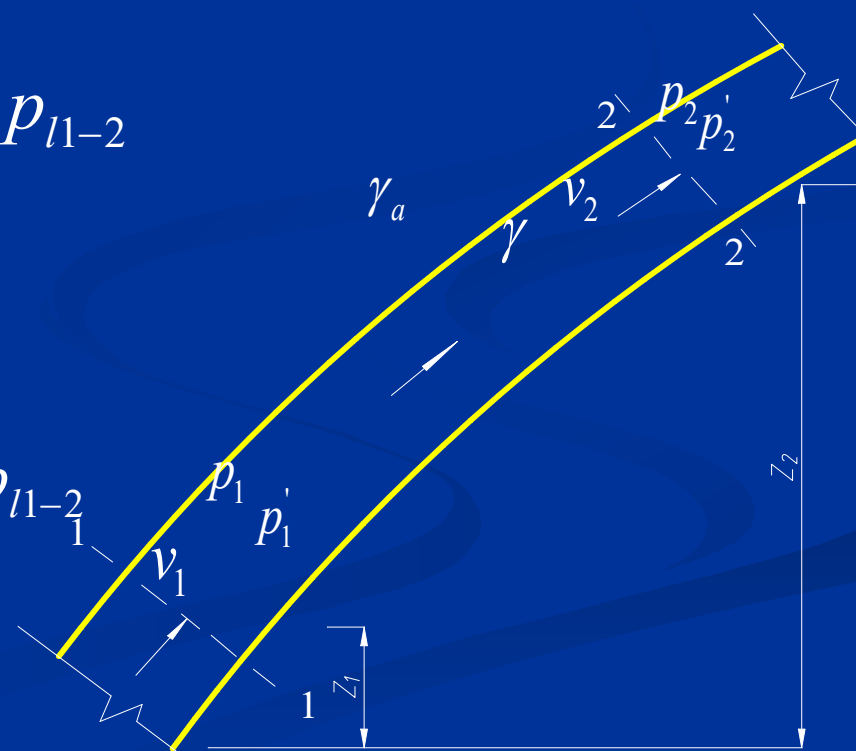
对于气体流动，特别是在高差较大，气体容重和空气容重不等的情况下，必须考虑大气压强因高度不同的差异。

$$p_1' = p_a + p_1 \quad p_2' = p_a - \gamma_a(Z_2 - Z_1) + p_2$$

$$p_1' + \gamma Z_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2' + \gamma Z_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$

$$p_a + p_1 + \gamma Z_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} =$$

$$p_a - \gamma_a(Z_2 - Z_1) + p_2 + \gamma Z_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$



用相对压强表示的气流能量方程式：

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + (\gamma_a - \gamma)(Z_2 - Z_1) = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$

p_1, p_2 ：断面1、2的相对压强，称为**静压**。

（相对压强是以**同高程处**大气压强为零点计算的）

$(\rho v_1^2)/2, (\rho v_2^2)/2$ ：断面流速无能量损失地降低至零所转化的压强值，称为**动压**。

$(\gamma_a - \gamma)(Z_2 - Z_1)$ ：容重差与高程差的乘积，称为**位压**，与水流中的**位置水头差**相对应。

- ✓位压是以2断面为基准量度的1断面单位体积位能。
- ✓位压可正可负。
- ✓气流在正的有效浮力作用下，位置升高，位压减小。

静压与位压相加，称为**势压**，以 p_s 表示：

$$p_s = p + (\gamma_a - \gamma)(Z_2 - Z_1)$$

静压和动压之和，习惯上称为**全压**，以 p_q 表示：

$$p_q = p + \frac{\rho v^2}{2}$$

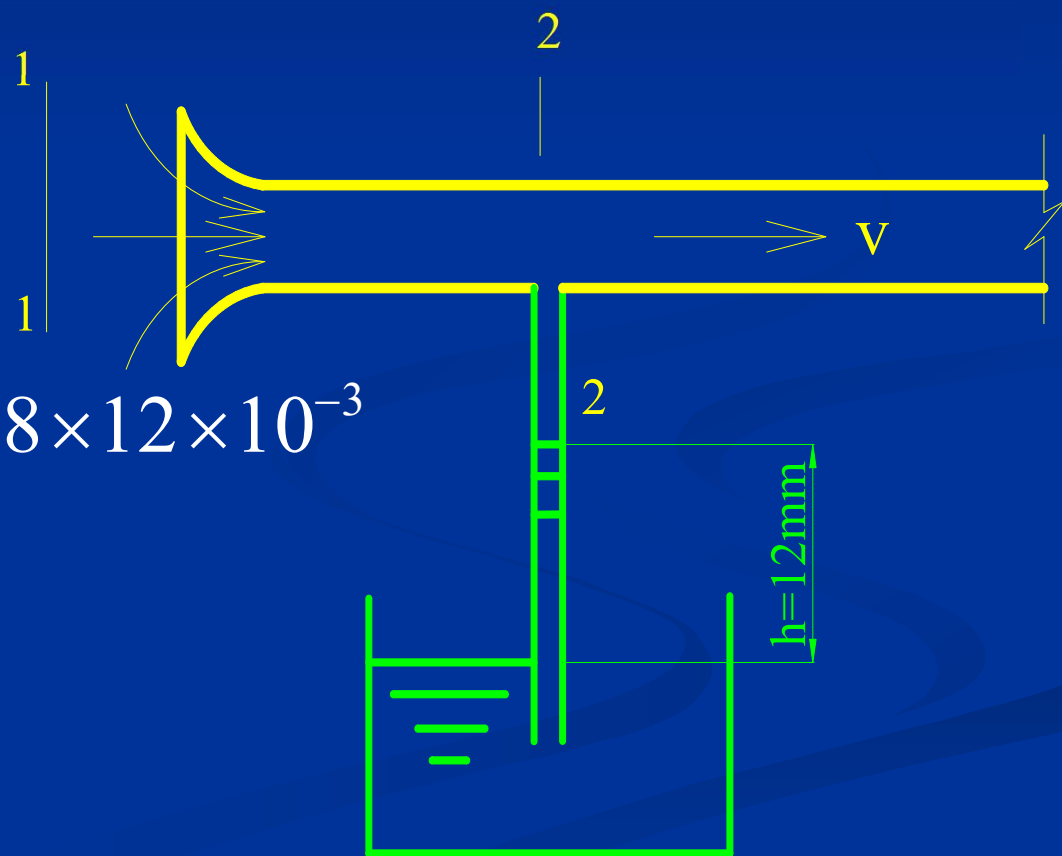
静压、动压和位压之和称为**总压**，以 p_z 表示：

$$p_z = p + \frac{\rho v^2}{2} + (\gamma_a - \gamma)(Z_2 - Z_1)$$

如果高差或容重差很小，则气流的能量方程可简化为：

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$

例3-11: 密度 $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$ 的空气, 用风机吸入直径为10cm的吸风管道, 在喇叭形进口处测得水柱吸上高度为12mm, 不考虑损失, 求空气流量。



$$0 + 0 = 1.2 \frac{v^2}{2} - 10^3 \times 9.8 \times 12 \times 10^{-3}$$

$$v = 14\text{m/s}$$

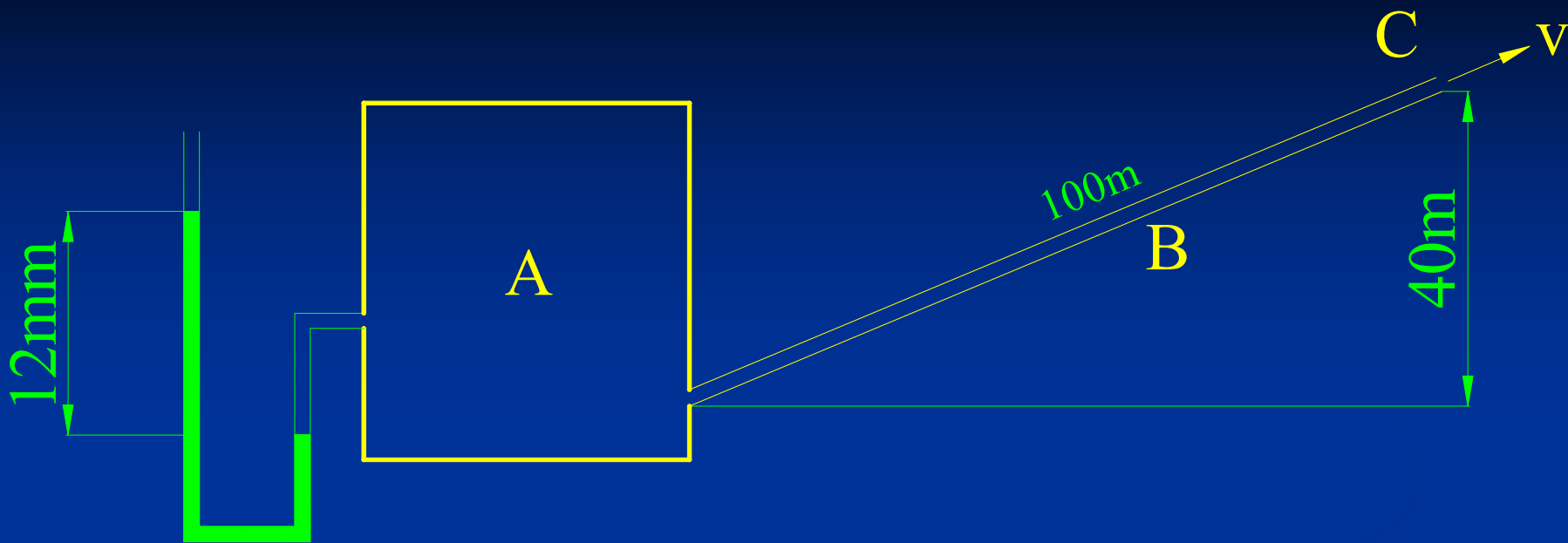
$$Q = vA = 0.11\text{m}^3/\text{s}$$

例3-12: 气体由压强为 $12\text{mmH}_2\text{O}$ 的静压箱A, 经过直径为 10cm , 长度为 100m 的管B流入大气中, 高差为 40m , 沿程均匀作用的压强损失为 $p_l = 9 \frac{\rho v^2}{2}$, 当

- 1、气体为与大气温度相同的空气时,
- 2、气体为密度 $\rho = 0.8\text{kg/m}^3$ 的燃气时,

求管中流速、流量、及管道一半处B点的压强。

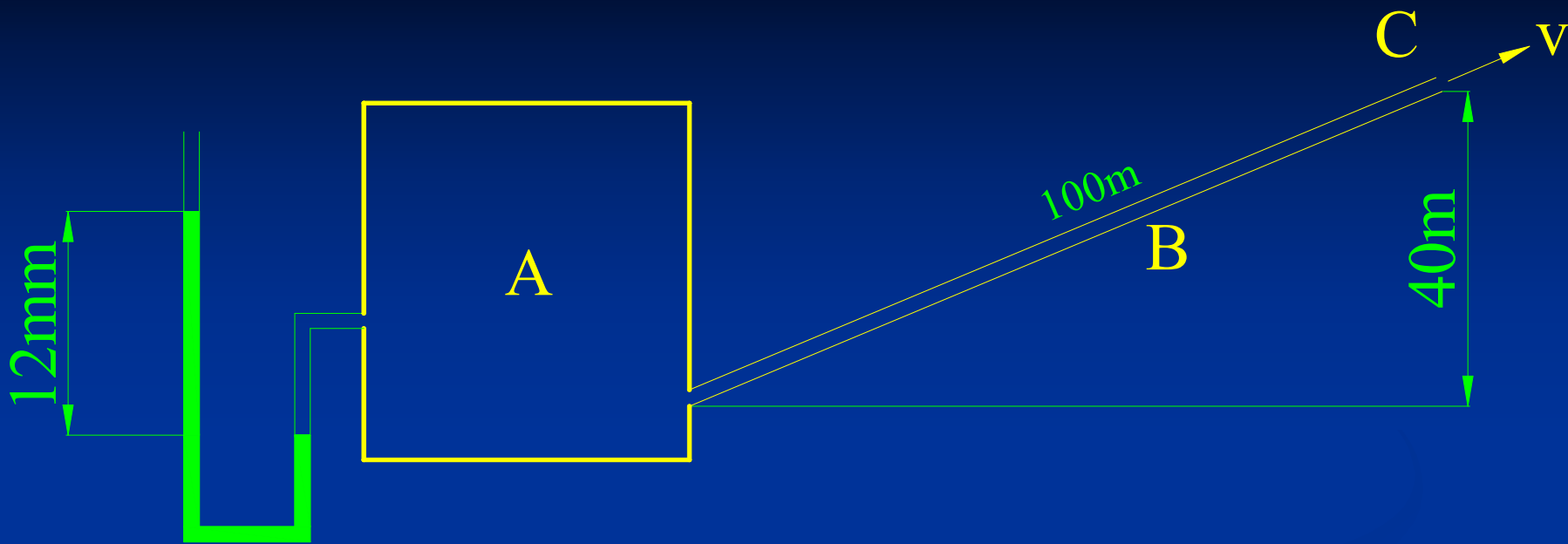




如果高差或容重差很小, 则气流的能量方程可简化为:

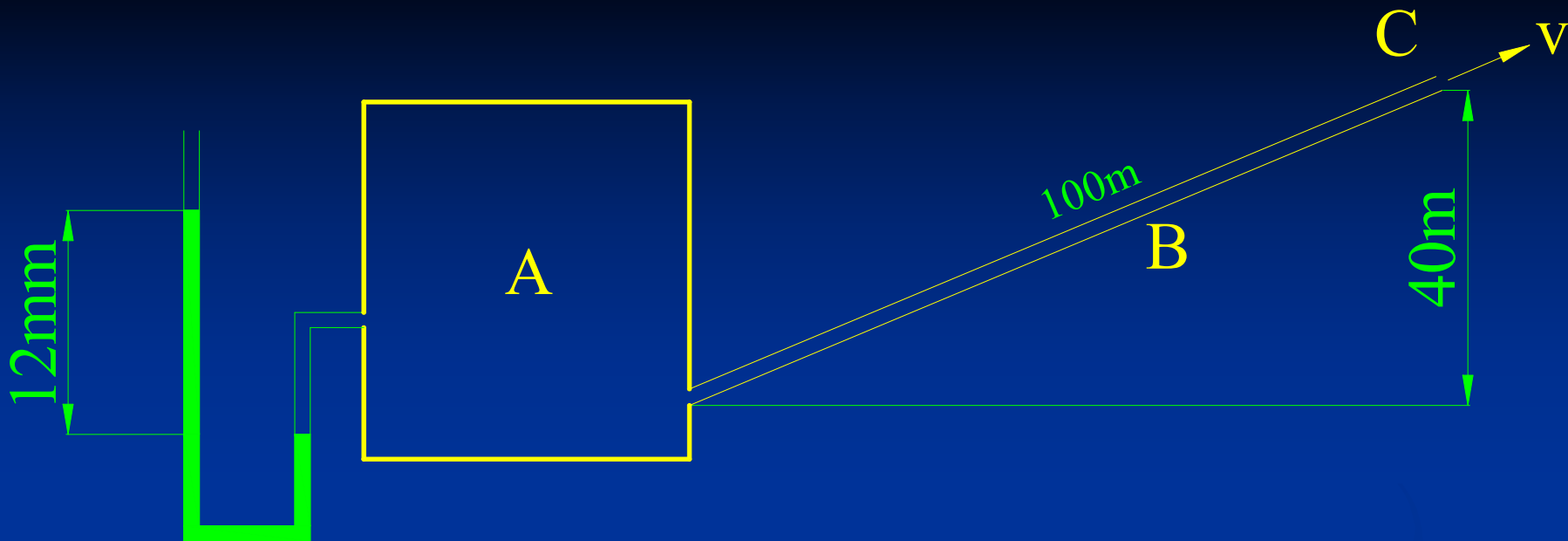
$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$

p_1	$+$	$\frac{\rho v_1^2}{2}$	$=$	p_2	$+$	$\frac{\rho v_2^2}{2}$	$+$	p_{l1-2}
12mm水柱		0		0		$\frac{\rho v^2}{2}$		$\frac{9\rho v^2}{2}$



求B点的压强，取B点和出口处C列方程：

$$p_B + \frac{\rho v^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v^2}{2} + p_{lB-2}$$



当气体为煤气时：

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + (\gamma_a - \gamma)(Z_2 - Z_1) = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_{l1-2}$$

12mm水柱

0

$(1.2 - 0.8) \times 9.8 \times 40$

0

$\rho = 0.8 \text{ kg/m}^3$

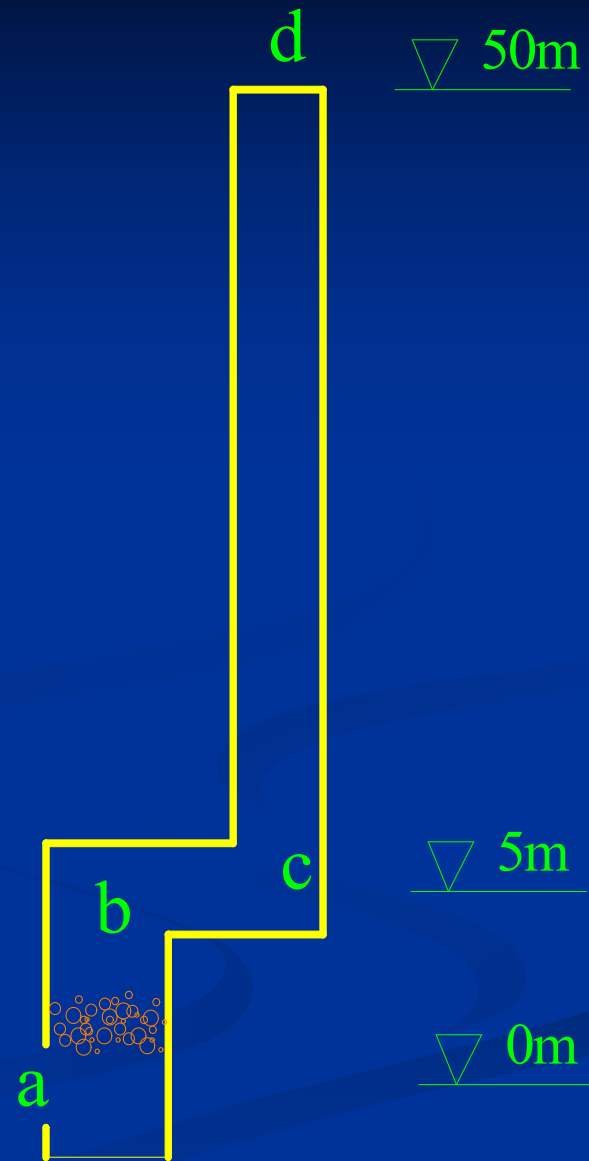
例3-13: 空气由炉口a流入, 经过燃烧后, 废气经b, c, d由烟囱流出, 烟气 $\rho = 0.6 \text{ kg/m}^3$, 空气 $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, 由a到c的压强损失

换算为出口动压为 $9 \frac{\rho v^2}{2}$

c到d的损失为 $20 \frac{\rho v^2}{2}$

求1、出口流速;

2、c处静压。



第十二节 总压线和全压线

总水头线、测压管水头线



总压线、势压线

零压线一般取在第二断面相对压强为零的线上

总压线

势压线

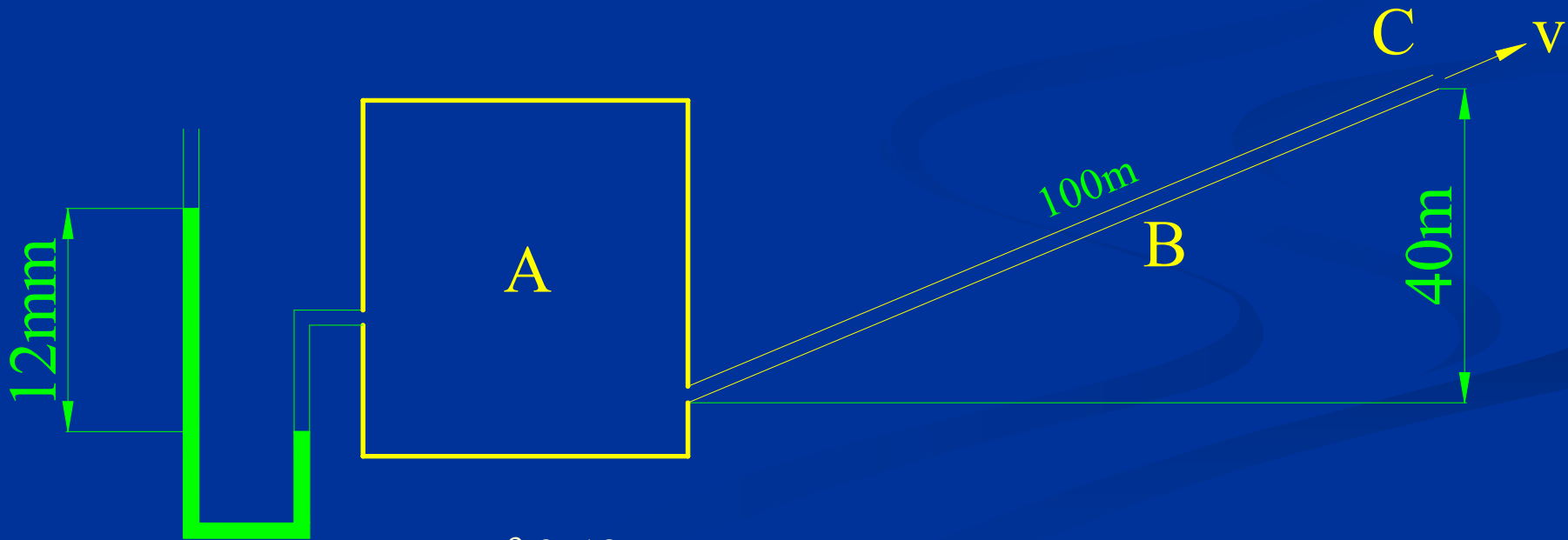
位压线

零压线

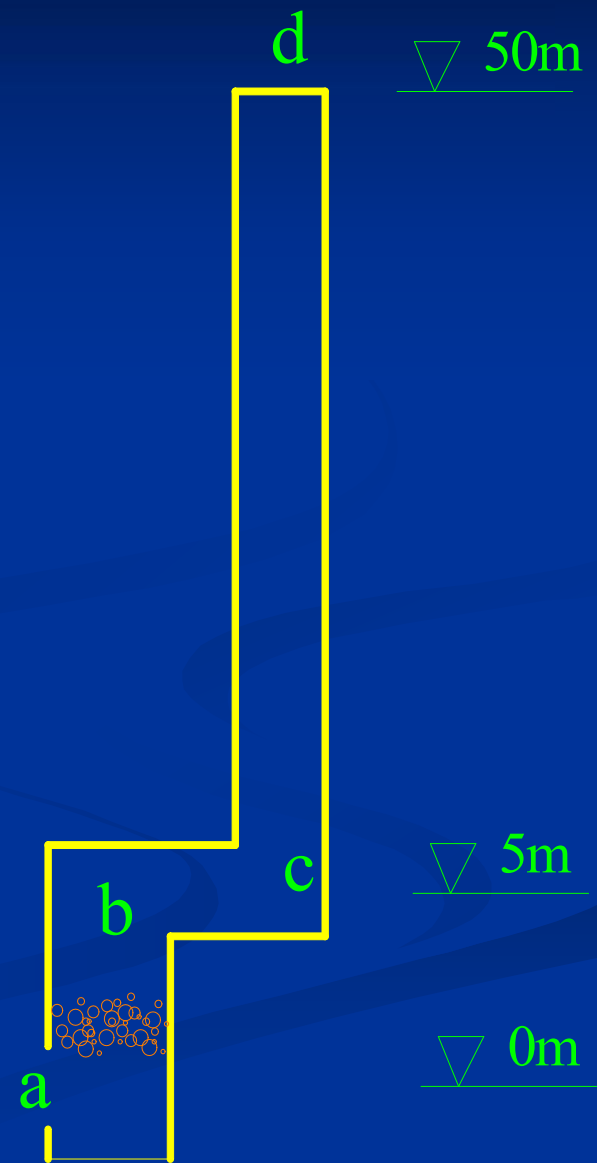
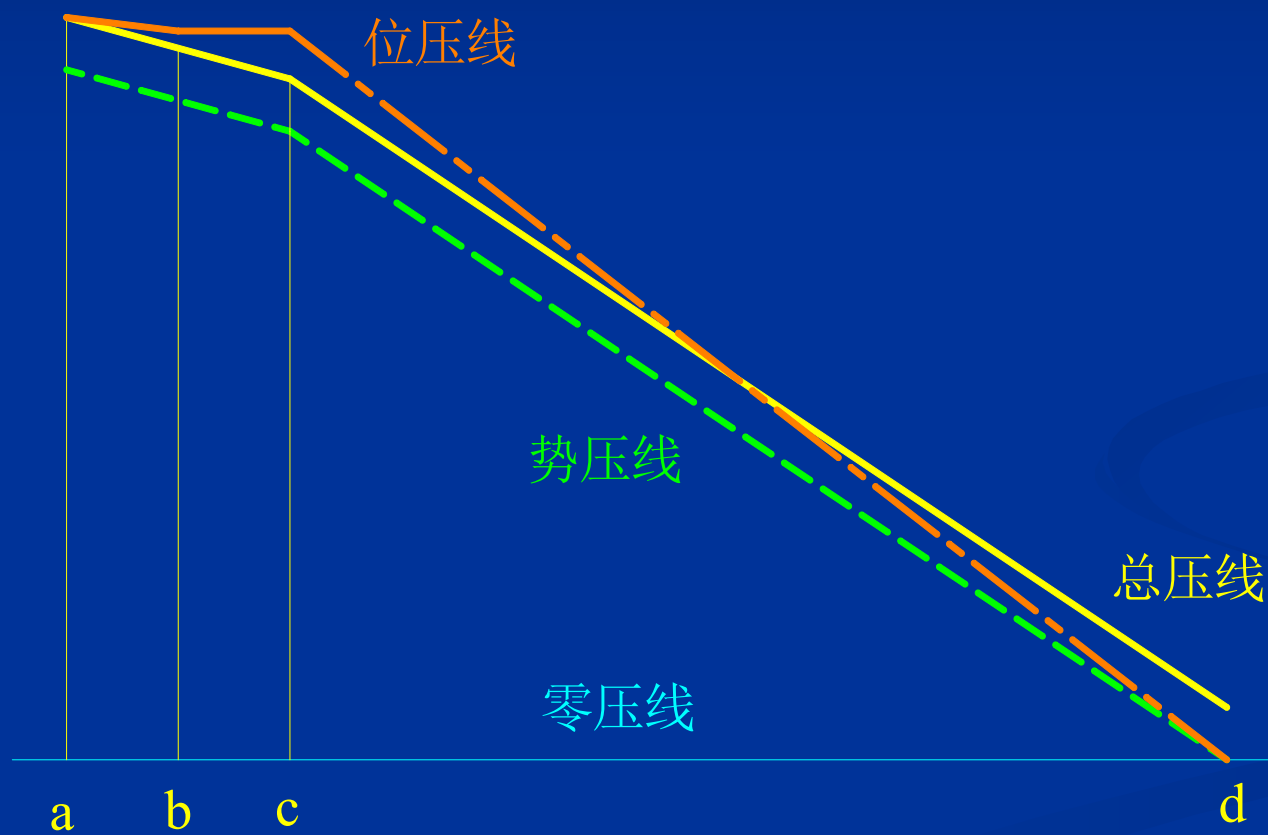
- 第二断面的总压等于第一断面的总压减去两断面间的压强损失
- 势压等于该断面的总压减去动压
- 当断面积不变时，总压线和势压线是平行线
- 位压线的绘制
- 总压线、势压线、位压线、零压线
各线间铅垂距离的含义

例3-13:利用例3-11的数据, 1、绘制气体为与大气温度相同的空气时的各种压强线, 并求中点B的相对压强; 2、绘制气体为煤气时的各种压强线和中点B的相对压强。

12mmH₂O的静压箱A, 管直径10cm, 长度100m, 高差40m, 沿程均匀作用的压强损失为 $p_l = 9 \frac{\rho v^2}{2}$



例3-14: 利用例3-12的数据, 1、绘制气流经过烟囱的总压线、势压线和位压线; 2、求C点的总压、势压、静压、全压。



§ 3-12 总压线和全压线

第十三节 恒定流 动量方程

能量方程和连续性方程的主要作用是解决一元流动的 **流速或压强**。

动量方程：主要作用是要解决作用力，特别是流体与固体之间的总作用力问题。

《出埃及记》曾经描述了这样一个场面，当摩西带领以色列人逃离埃及时，红海海水从中间分开露出一条通道，从而使以色列人摆脱了法老的追兵。



美国科学家的模拟结果显示，强风完全可能在一个特定的地点打开一个陆地通道，让人踏着泥泞安全通过。相关结果已经发表在可以公开浏览的期刊Plos One上。



动量定律:

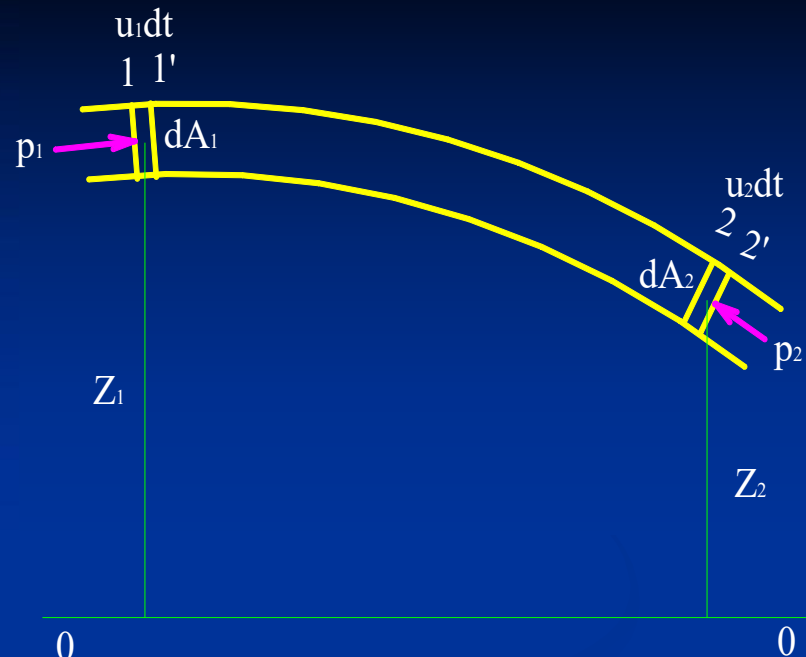
作用于物体的冲量，等于物体的动量增量，
即

$$\sum \vec{F} dt = d(m\vec{v})$$

将此方程作用于一元流动，研究流体在 dt 时间内的动量增量与外力的关系。

由于是恒定流， dt 时段前后的动量变化应为流段新占有2-2'体积内流体所具有的动量减流段退出的1-1'体积内流体所具有的动量。

用平均流速的流动模型，
动量增量：



$$\begin{aligned} d(m\vec{v}) &= \rho_2 v_2 A_2 dt \cdot \vec{v}_2 - \rho_1 v_1 A_1 dt \cdot \vec{v}_1 \\ &= \rho_2 Q_2 dt \vec{v}_2 - \rho_1 Q_1 dt \vec{v}_1 \end{aligned}$$

$$\sum \vec{F} \cdot dt = d(m\vec{v}) = \rho_2 Q_2 dt \vec{v}_2 - \rho_1 Q_1 dt \vec{v}_1$$

$$\sum \vec{F} = \rho_2 Q_2 \vec{v}_2 - \rho_1 Q_1 \vec{v}_1$$

实际流速的不均匀分布使上式存在计算误差，引入动量修正系数，其定义为实际动量和按照平均流速计算的动量的比值。

$$\alpha_0 = \frac{\int_A \rho u^2 dA}{\rho Q v} = \frac{\int u^2 dA}{A v^2}$$

恒定流动量方程：

$$\sum \vec{F} = \alpha_{02} \rho_2 Q_2 \vec{v}_2 - \alpha_{01} \rho_1 Q_1 \vec{v}_1$$

对于恒定流动，流段的动量在单位时间内的变化，等于单位时间内流出该流段所占空间内的流体动量与流进的流体动量之差，该变化率等于流段受到的表面力与质量力之和，即外力之和。

$$\sum \vec{F} = \alpha_{02} \rho_2 Q_2 \vec{v}_2 - \alpha_{01} \rho_1 Q_1 \vec{v}_1$$

对于不可压缩流体和可压缩流体都适用

不可压缩流体恒定流动量方程
在直角坐标系中的分量式为：

$$\sum F_x = \alpha_{02} \rho Q v_{2x} - \alpha_{01} \rho Q v_{1x}$$

$$\sum F_y = \alpha_{02} \rho Q v_{2y} - \alpha_{01} \rho Q v_{1y}$$

$$\sum F_z = \alpha_{02} \rho Q v_{2z} - \alpha_{01} \rho Q v_{1z}$$

在使用动量方程式时尤其要注意的两点：

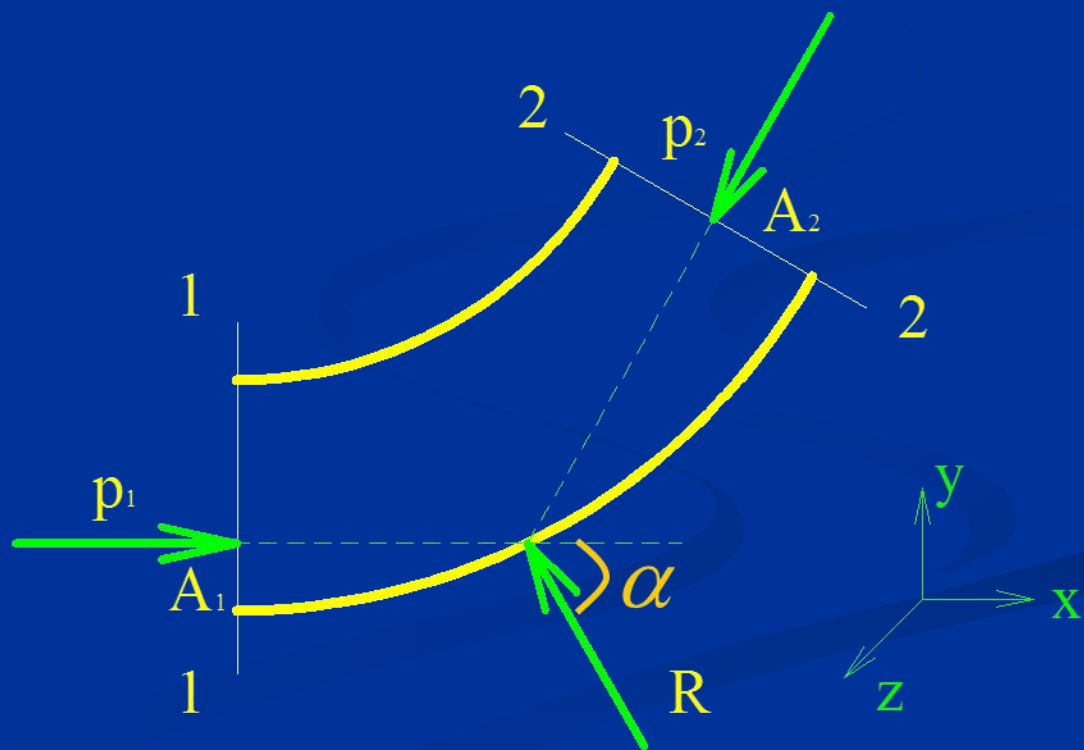
✓ 受力对象问题

✓ 外力和速度的方向问题

例3-16：水在直径为10cm的 60° 水平弯管中，以5m/s的流速流动。弯管前端压强为9807 Pa。如不计损失，也不考虑重力作用，求水流对弯管1-2的作用力

解：由能量方程：

$$p_2 = p_1 = 9807 \text{ Pa}$$



由动量方程:

$$\sum F_x = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos 60^\circ - R \cos \alpha$$

$$= \rho Q (v_{2x} - v_{1x}) = \rho \cdot (vA) \cdot v (\cos 60^\circ - 1)$$

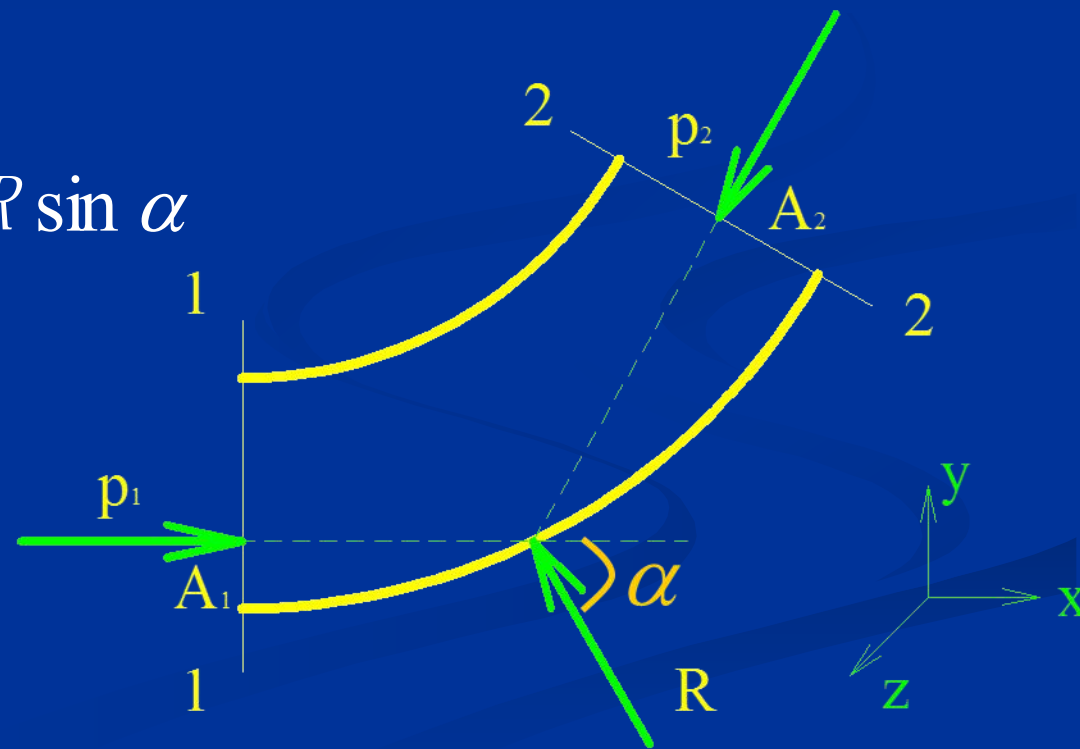
$$= \rho A v^2 (\cos 60^\circ - 1)$$

$$\sum F_y = -p_2 A_2 \sin 60^\circ + R \sin \alpha$$

$$= \rho Q (v_{2y} - v_{1y})$$

$$= \rho \cdot (vA) \cdot (v \cdot \sin 60^\circ - 0)$$

$$\sum F_z = 0$$



$$R = 272 \text{ N} ; \alpha = 60^\circ$$

水流对弯管的作用力与弯管对水流的作用力大小相等，方向相反。因此水流对弯管的作用力 \vec{F} 为：

$$\vec{F} = -\vec{R}$$

运用动量方程式的注意点：

- 所选的坐标系必须是惯性坐标系。
- 方程式是矢量方程式，应首先选择和 在图上标明坐标系。坐标系的选择以计算简便为原则。
- 正确选择控制体。
- 必须明确地假定待求的固体避免对 流体的作用力的方向。如结果为负值，表示实际方向与假设相反。
- 注意方程式本身各项的正负及压力 和速度在坐标轴上投影的正负，
- 要明确回答流体对固体壁面作用力 F 的大小和方向。