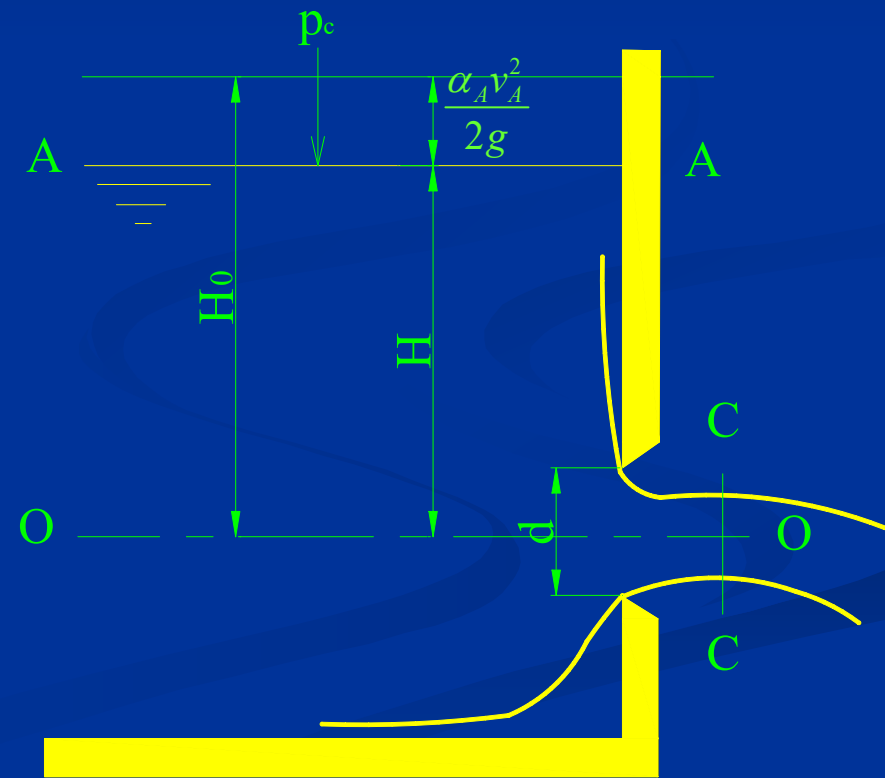
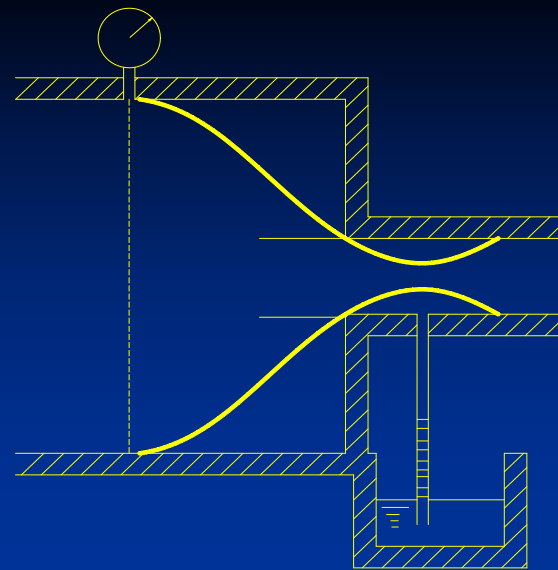
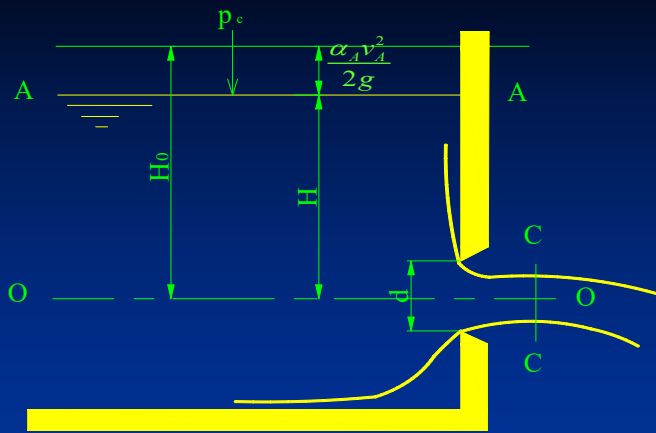


第五章 孔口管嘴管路流动

第一节 孔口自由出流

在容器侧壁或底壁上开一孔口, 容器中的液体自孔口出流到大气中, 称为孔口自由出流.





- 收缩断面：C-C断面
- 薄壁孔口：出流流股与孔口壁接触仅是一条周线，这种条件的孔口称为薄壁孔口。
- 厚壁孔口（管嘴）：若孔壁厚度和形状促使流股收缩后又扩大，与孔壁接触形成面而不是线，这种孔口称为厚壁孔口或管嘴。



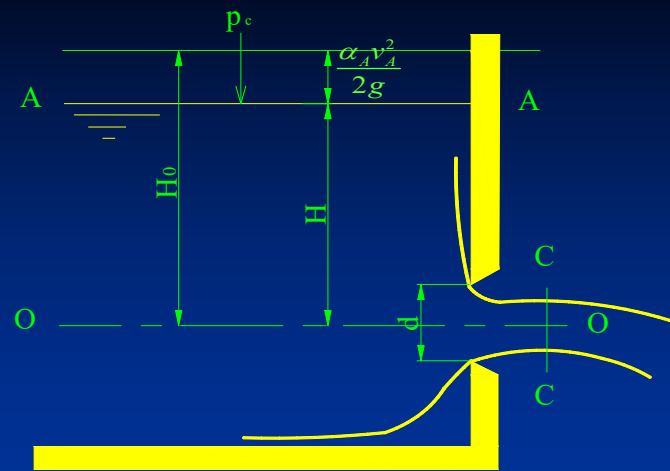
下面讨论薄壁孔口的出流规律

$$Z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g} = Z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \frac{\alpha_C v_C^2}{2g} + h_e$$

$$h_e = h_m = \zeta_1 \frac{v_c^2}{2g}$$

$$(\alpha_C + \zeta_1) \frac{v_c^2}{2g} = (Z_A - Z_C) + \frac{p_A - p_C}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g}$$

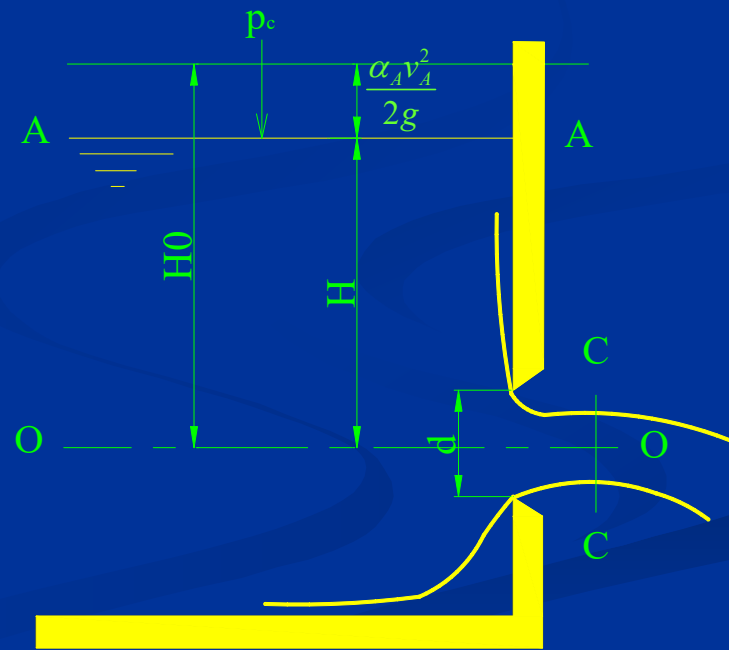
$$\text{令 } H_0 = (Z_A - Z_C) + \frac{p_A - p_C}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g}$$



则有
$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_1}} \cdot \sqrt{2gH_0}$$

$$H_0 = (Z_A - Z_C) + \frac{p_A - p_C}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g}$$

H_0 称为作用水头，是促使出流的全部能量。一部分用来克服阻力而损失，另一部分变成C-C断面上的动能使之出流。
具有自由液面，自由出流时 $H_0=H$



$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_1}} \cdot \sqrt{2gH_0}$$

令
$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_1}}$$

φ 称为速度系数，是实际流体的速度与理想流体的速度的比值。

$$\frac{v_c}{v_c'} = \frac{\varphi \cdot \sqrt{2gH_0}}{1 \cdot \sqrt{2gH_0}} = \varphi$$

$$Q = v_c A_c$$

A_c 收缩断面的面积。由于一般情况下给出孔口面积，故引入收缩系数 ε

$$\varepsilon = \frac{A_c}{A}$$

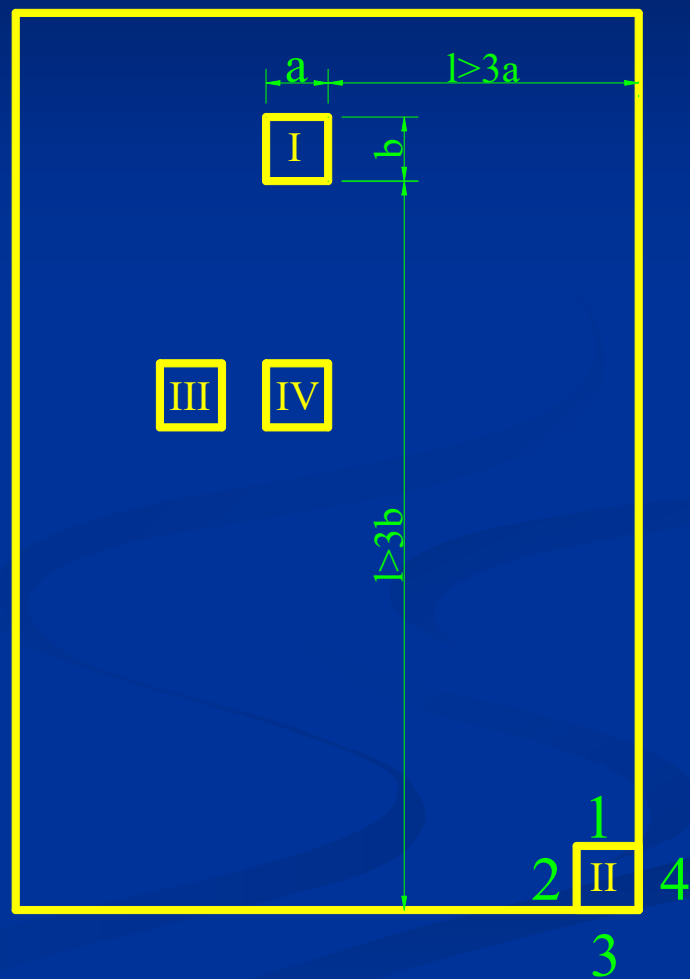
$$Q = v_c \varepsilon A = \varepsilon \varphi A \sqrt{2gH_0} = \mu A \sqrt{2gH_0}$$

称 μ 为流量系数。上式即孔口自由出流的基本公式。

收缩系数 ϵ 因孔口开设的位置不同而造成收缩情况不同，因而有较大的变化。

非全部收缩时的收缩系数比全部收缩时的大，其流量系数也相应增加。

完善收缩与不完善收缩



孔口收缩与位置关系

第二节 孔口淹没出流

当液体通过孔口出流到另一个充满液体的空间时称为淹没出流。

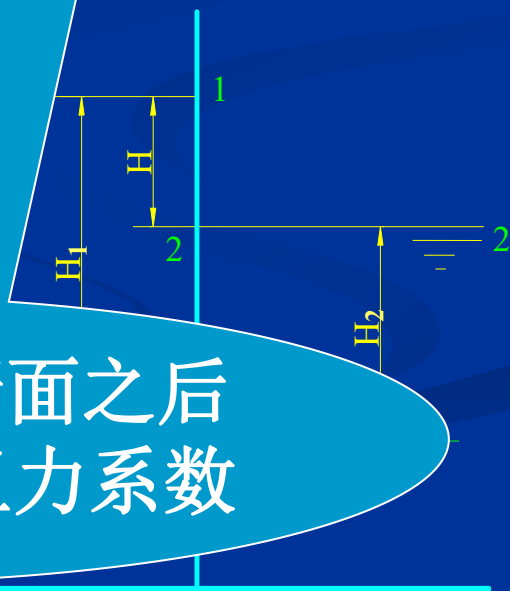
$$H_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v_c^2}{2g} + \zeta_2 \frac{v_c^2}{2g}$$

令 $H_0 = (H_1 - H_2)$

ζ_1 : 液体经孔口处的局部阻力系数

$$H_0 = (\zeta_1 + \zeta_2) \frac{v_c^2}{2g}$$

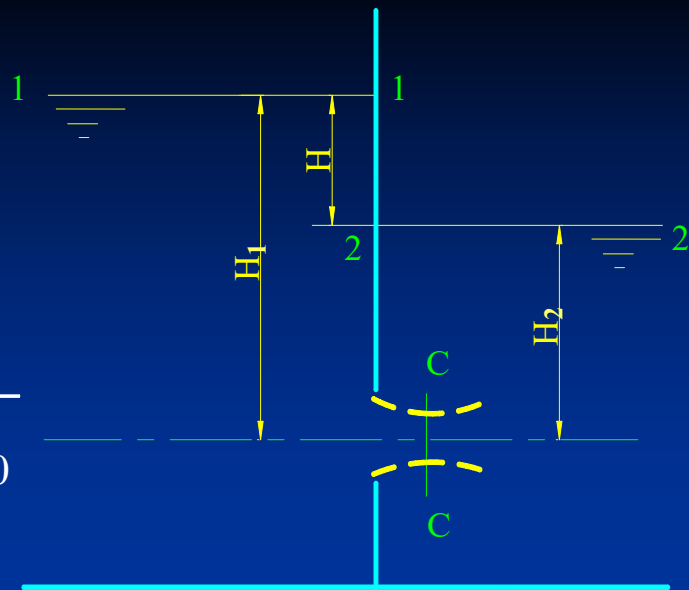
ζ_2 : 液体在收缩断面之后突然扩大的局部阻力系数



$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\zeta_1 + \zeta_2}} \cdot \sqrt{2gH_0}$$

则出流流量为:

$$Q = v_c A_c = v_c \varepsilon A = \frac{1}{\sqrt{\zeta_1 + \zeta_2}} \cdot \varepsilon \cdot A \cdot \sqrt{2gH_0}$$



ζ_1 : 液体经孔口处的局部阻力系数

ζ_2 : 液体在收缩断面之后突然扩大的局部阻力系数

因为: ζ_2 约等于1, 所以淹没出流速度系数 φ :

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\zeta_1 + \zeta_2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_1}}$$

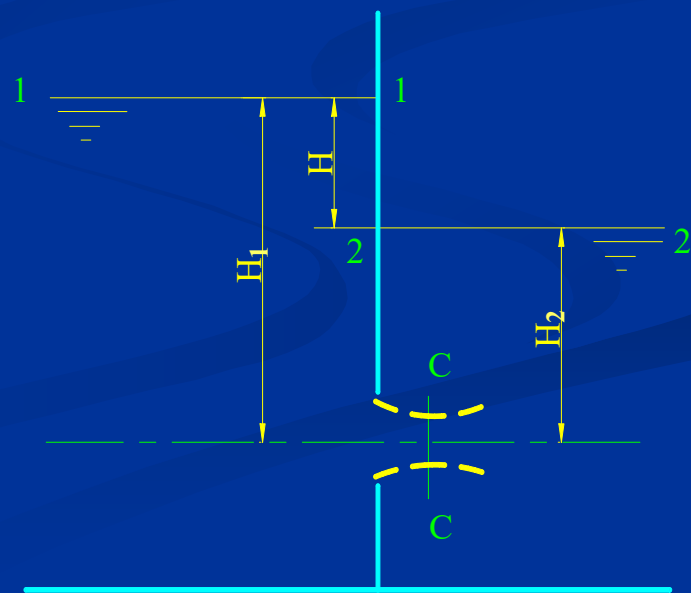
$$Q = \varphi \cdot \varepsilon \cdot A \cdot \sqrt{2gH_0} = \mu A \sqrt{2gH_0}$$

- 上式即淹没出流流量公式。与自由出流的公式相同，但自由出流时上游的速度水头全部转化为作用水头，而淹没出流时，仅上下游速度头之差转换为作用水头。
- 具有自由液面的淹没出流，作用水头为：

$$H_0 = H_1 - H_2 = H$$

$$Q = \mu A \sqrt{2gH}$$

当上下游高度一定时，出流流量与孔口在液面下开设的位置高低无关。



具有表面压强(相对压强)的有压容器,液体经孔口出流,流量的计算为:

$$Q = \mu A \sqrt{2gH_0}$$

当自由出流时:

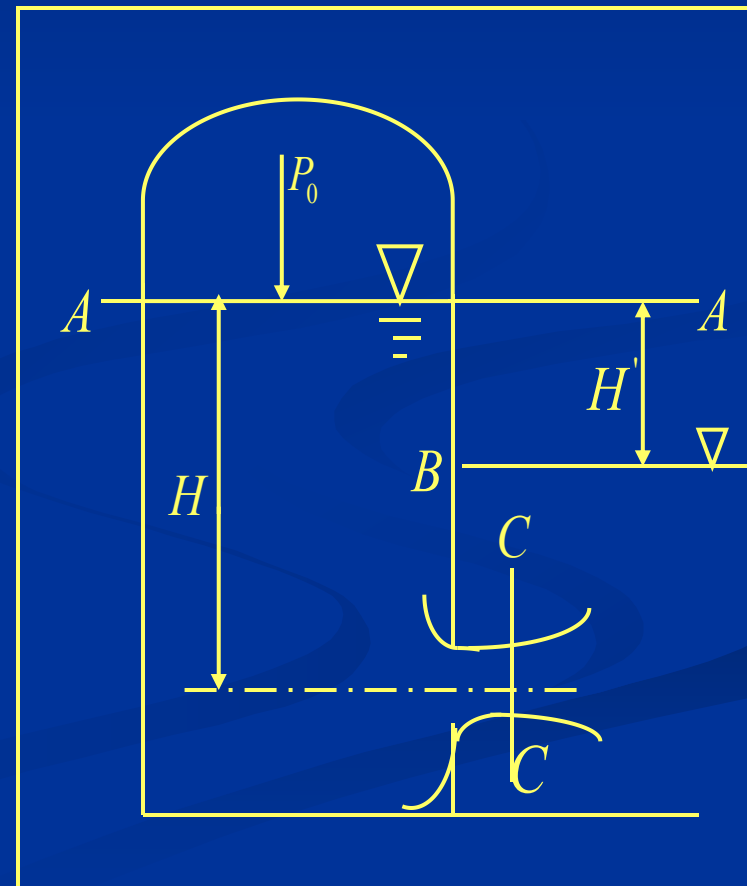
$$H_0 = (Z_A - Z_C) + \frac{p_0' - p_a}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g}$$

$$= H + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g} = H + \frac{p_0}{\gamma}$$

当淹没出流时:

$$H_0 = (Z_A - Z_B) + \frac{p_0' - p_a}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2 - \alpha_B v_B^2}{2g}$$

$$= H' + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2 - \alpha_B v_B^2}{2g}$$



孔口自由出流

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_1}} \cdot \sqrt{2gH_0} \quad Q = \varepsilon \varphi A \sqrt{2gH_0} = \mu A \sqrt{2gH_0}$$

$$H_0 = (Z_A - Z_C) + \frac{p_A - p_C}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g}$$

孔口淹没出流

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\zeta_1 + \zeta_2}} \cdot \sqrt{2gH_0}$$

$$Q = v_c A_c = v_c \varepsilon A = \frac{1}{\sqrt{\zeta_1 + \zeta_2}} \cdot \varepsilon \cdot A \cdot \sqrt{2gH_0}$$

$$H_0 = (H_1 - H_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2 - \alpha_2 v_2^2}{2g}$$

ζ_1 : 液体经孔口处的局部阻力系数

ζ_2 : 液体在收缩断面之后突然扩大的局部阻力系数

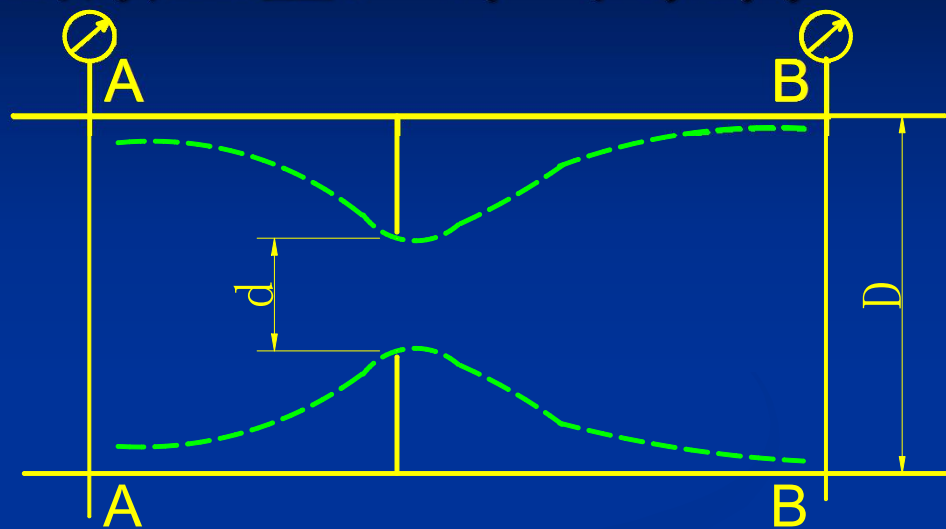
气体出流一般为淹没出流, 但用压强差代替水头差:

$$Q = \mu A \sqrt{\frac{2\Delta p_0}{\rho}}$$

$$\Delta p_0 = (p_A - p_B) + \frac{\rho(\alpha_A v_A^2 - \alpha_B v_B^2)}{2}$$

孔板流量计：在管道中装设孔板，测得孔板前后渐变断面上的压差，即可求得管中流量。

$$Q = \mu A \sqrt{\frac{2\Delta p_0}{\rho}}$$



孔板流量计

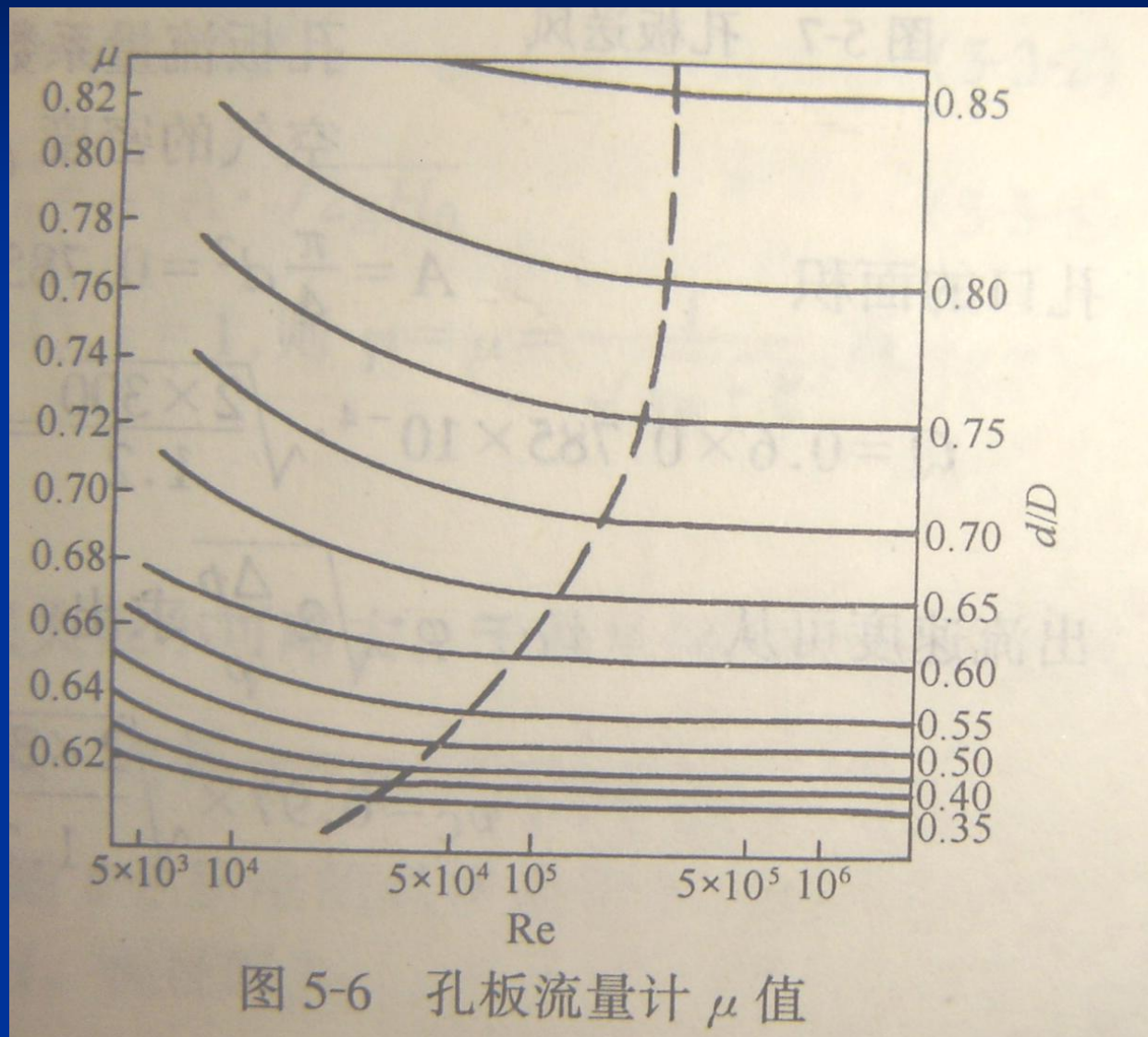
因为：

$$\Delta p_0 = (p_A - p_B) + \frac{\rho(\alpha_A v_A^2 - \alpha_B v_B^2)}{2}$$

$$v_A = v_B \quad \Rightarrow \quad Q = \mu A \sqrt{\frac{2(p_A - p_B)}{\rho}}$$

$\therefore \Delta p_0 = p_A - p_B$

孔板流量计的流量系数是通过实验测定出来的，工程中一般通过查图获得。



§ 5.2 孔口淹没出流

例5-1：有一孔板流量计，测得 $\Delta p=50\text{mmH}_2\text{O}$ ，管道直径为 $D=200\text{mm}$ ，孔板直径为 $d=80\text{mm}$ ，试求水管中流量 Q 。

解：此题为淹没出流

$$Q = \mu A \sqrt{2gH_0}$$

$$H_0 = (H_1 - H_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2 - \alpha_2 v_2^2}{2g}$$
$$= \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{50}{1000} = 0.05\text{m}$$
$$\frac{d}{D} = \frac{80}{200} = 0.4$$

若认为流动处于阻力平方区，流量系数与雷诺数无关，由图查得流量系数：

$$\mu = 0.61$$

$$Q = \mu A \sqrt{2gH_0} = 0.61 \times \frac{\pi}{4} \times 0.08^2 \times \sqrt{2 \times 9.81 \times 0.05} = 0.003033\text{m}^3/\text{s}$$

校核雷诺数

$$\text{Re} = 2 \times 10^4$$

例5-2：如上题，孔板流量计装在气体管路中，测得 $\Delta p=50\text{mmH}_2\text{O}$ ，其D、d尺寸同上例，求气体流量Q。

解：此题为气体淹没出流 $Q = \mu A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$

$$\Delta p = 50 \times 9.81 = 490.5 \text{ Pa}$$

$$Q = \mu A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = 0.61 \times 0.00502 \times \sqrt{\frac{2 \times 490.5}{1.2}} = 0.0876 \text{ m}^3 / \text{s}$$

例5-3：房间顶部设置夹层，把处理过的清洁空气用风机送入夹层中，并使层中保持300Pa的压强。清洁空气在此压强作用下，通过孔板的孔口向房间流出，这就是孔板送风（如图示）求每个孔口出流的流量及速度。孔的直径为1cm。（由手册可知孔板流量系数0.6，速度系数0.97）

解：空气密度取 1.2kg/m^3

孔口速度公式：
$$v_c = \varphi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

孔口流量公式：
$$Q = \mu A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

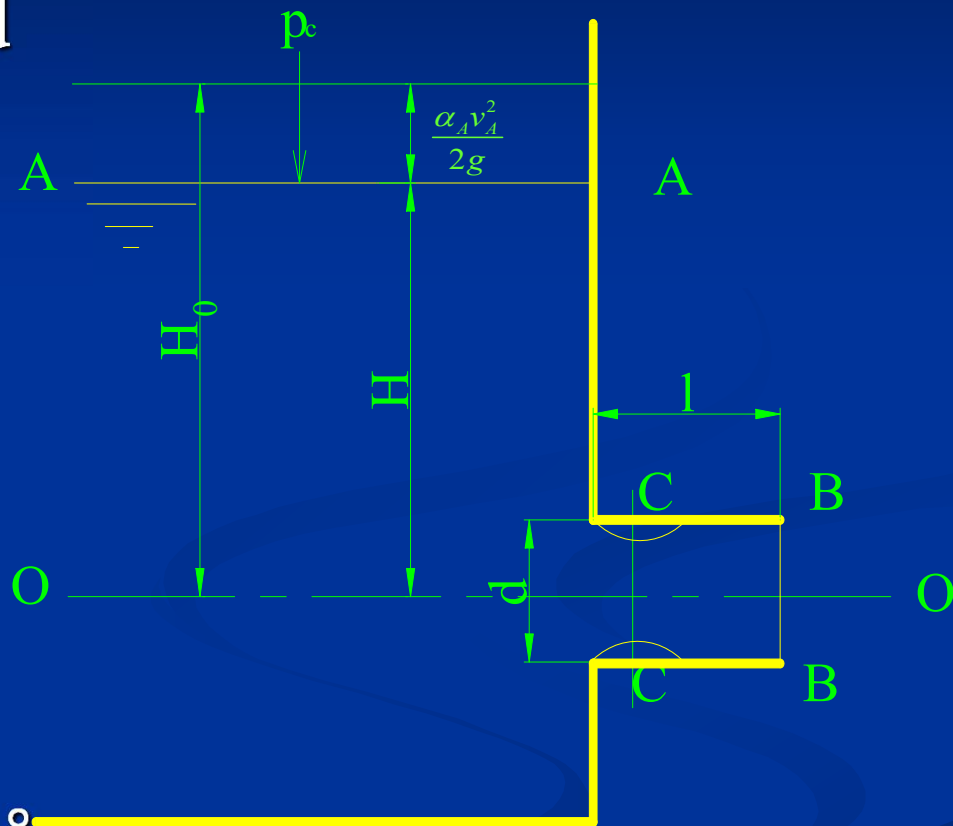


第三节 管嘴出流

➤ $\delta = 3-4d$ 或外接 $l = 3-4d$ 圆管

➤ 水流入管嘴时也存在收缩断面C-C，尔后流股逐渐扩张，至出口断面上完全充满管嘴断面流出。

➤ 管嘴出现真空现象，出流流量大于孔口出流。



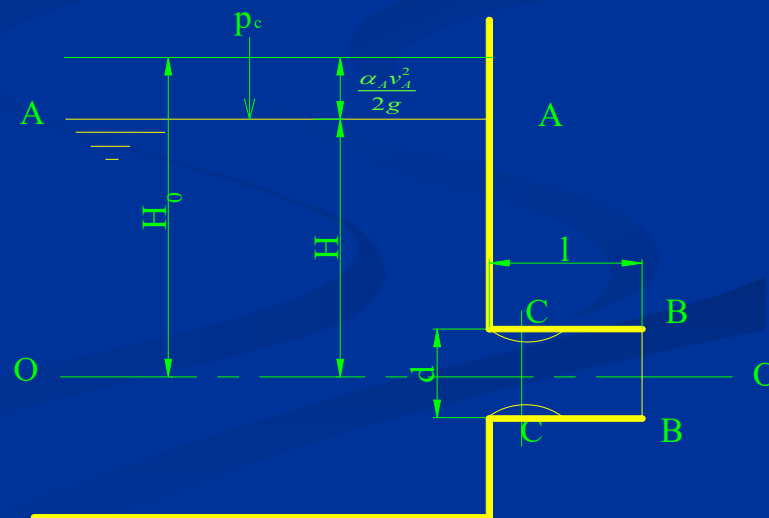
列A-A及B-B断面的能量方程，以管嘴中心线为基准线：

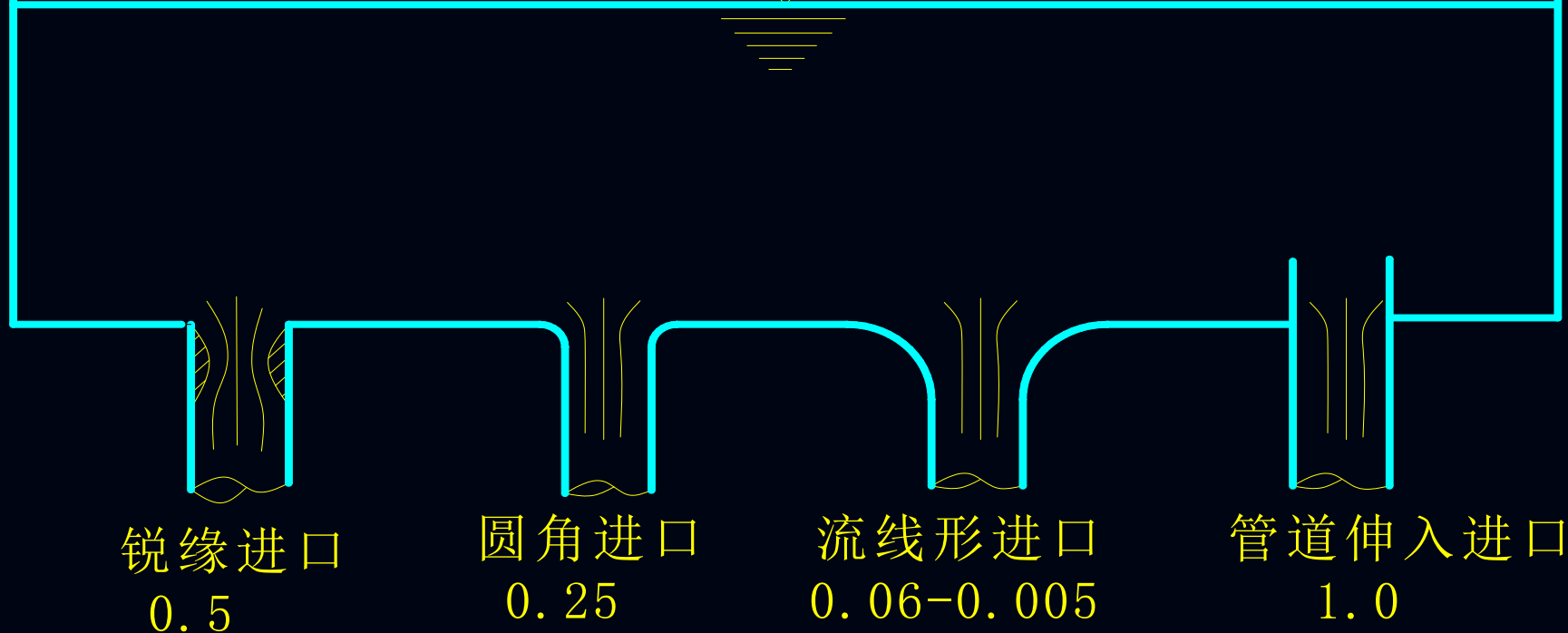
$$Z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g} = Z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{\alpha_B v_B^2}{2g} + \zeta \frac{v_B^2}{2g}$$

$$(Z_A - Z_B) + \frac{p_A - p_B}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g} = (\alpha_B + \zeta) \frac{v_B^2}{2g}$$

令：
$$H_0 = (Z_A - Z_B) + \frac{p_A - p_B}{\gamma} + \frac{\alpha_A v_A^2}{2g}$$

则：
$$H_0 = (\alpha_B + \zeta) \frac{v_B^2}{2g}$$





$$\varphi = \mu = \frac{1}{\sqrt{\alpha_B + \zeta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}}$$

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0.5}} = 0.82$$

从局部阻力系数图4-23中查得锐缘进口 $\zeta = 0.5$

管嘴真空现象及真空值通过C-C与B-B断面列能量方程得到证明：

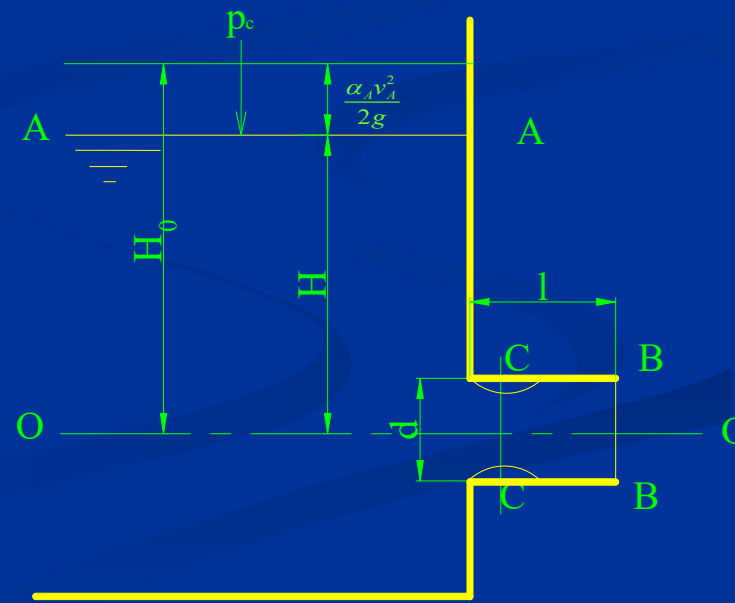
$$\frac{p_C}{\gamma} + \frac{\alpha_C v_C^2}{2g} = \frac{p_B}{\gamma} + \frac{\alpha_B v_B^2}{2g} + h_l$$

$$h_l = \text{突扩损失} + \text{沿程损失} = \left(\zeta_m + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{v_B^2}{2g}$$

$$v_C = \frac{A}{A_C} \cdot v_B = \frac{1}{\varepsilon} \cdot v_B$$

$$p_B = p_a$$

$$\therefore \frac{p_C}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} - \left(\varepsilon^2 - 1 - \zeta_m - \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{v_B^2}{2g}$$



从突然扩大的阻力系数
计算公式可得：

$$\zeta_m = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2$$

$$\therefore \frac{p_c}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} - \left[\varepsilon^{\frac{1}{2}} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2 - \lambda \frac{l}{d} \right] \varphi^2 H_0$$

当 $\varepsilon = 0.64, \lambda = 0.02,$
 $l/d = 3, \varphi = 0.82$ 时,

$$\frac{p_c}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} - 0.75H_0$$

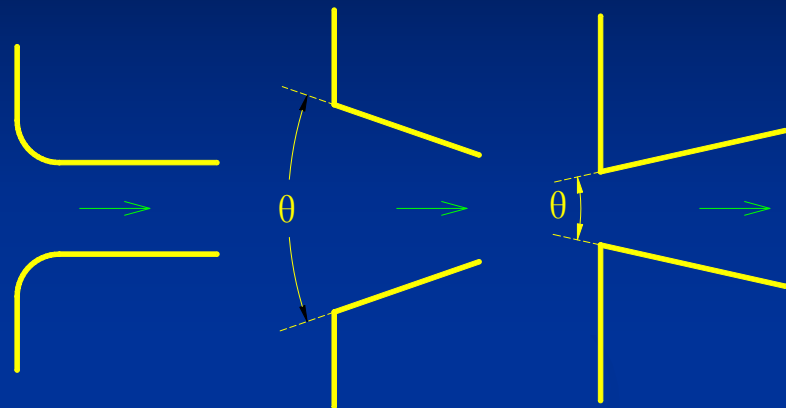
$$\longrightarrow \frac{p_a - p_c}{\gamma} = 0.75H_0$$

外管嘴正常工作的条件:

- H_0 越大, 收缩断面上真空值越大, 为保证管嘴的正常出流, 真空值必须控制在 $7\text{mH}_2\text{O}$ 以下, 从而决定了作用水头 H_0 的极限值为 $7/0.75=9.3\text{m}$
- 管嘴长度也有一定极限值:
 - 太长阻力大, 使流量减少。
 - 太短则流股收缩后来不及扩大到整个断面而呈非满流流出, 仍如孔口一样, 因此一般取管嘴长度为 $3-4d$.

其他类型管嘴出流：

其他类型管嘴出流，速度、流量计算公式与圆柱形外管嘴公式形式相同，但速度系数、流量系数各不相同。工程中常用的几种管嘴有：



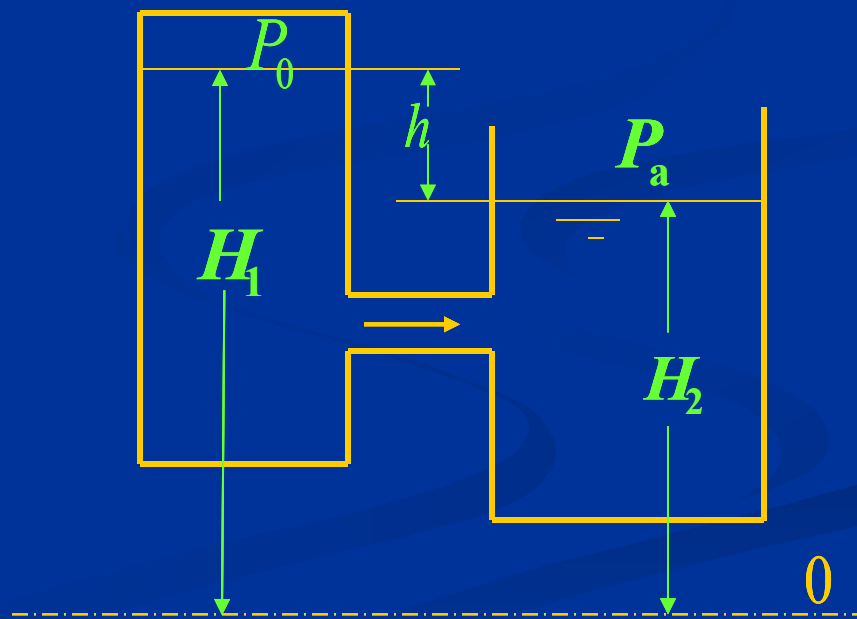
- 流线形管嘴：适用于要求流量大，水头损失小，出口断面上速度分布均匀的情况。
- 收缩圆锥形管嘴：适用于要求加大喷射速度场合。
- 扩大圆锥形管嘴：适用于要求将部分动能恢复为压能的情况。

例5-4：液体从封闭的立式容器中经管嘴流入开口水池，管嘴直径 $d=8\text{cm}$ ， $h=3\text{m}$ ，要求流量为 $5 \cdot 10^{-2}\text{m}^3/\text{s}$ 。试求作用于容器内液面上的压强是多少？

解：按管嘴出流流量公式

$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gH_0}$$

$$H_0 = \frac{Q^2}{2g\mu^2 A^2}$$



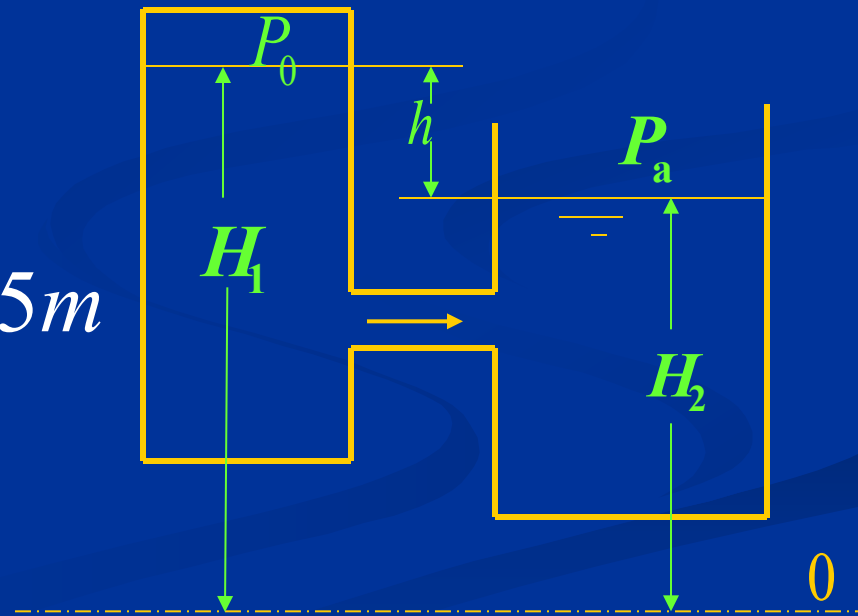
取 $\mu = 0.82$ ，则：

$$H_0 = \frac{0.05^2}{2 \times 9.8 \times 0.82^2 \times (0.785 \times 0.08^2)^2} = 7.5m$$

$$H_0 = \frac{p_0}{\gamma} + h$$

$$\therefore \frac{p_0}{\gamma} = H_0 - h = 7.5 - 3 = 4.5m$$

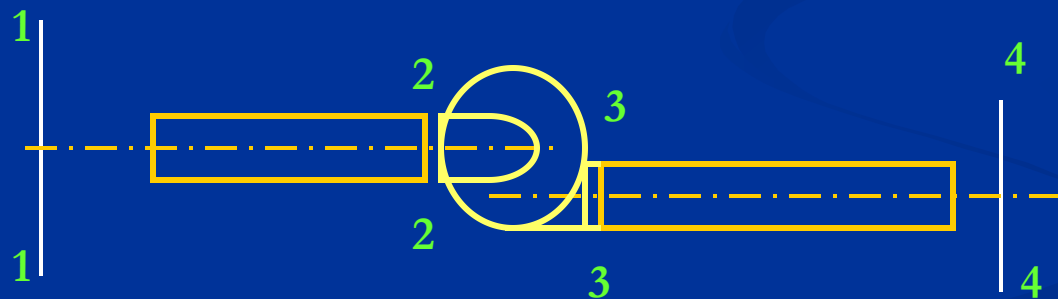
$$\therefore p_0 = 44.1kPa$$



第四节 简单管路

简单管路：

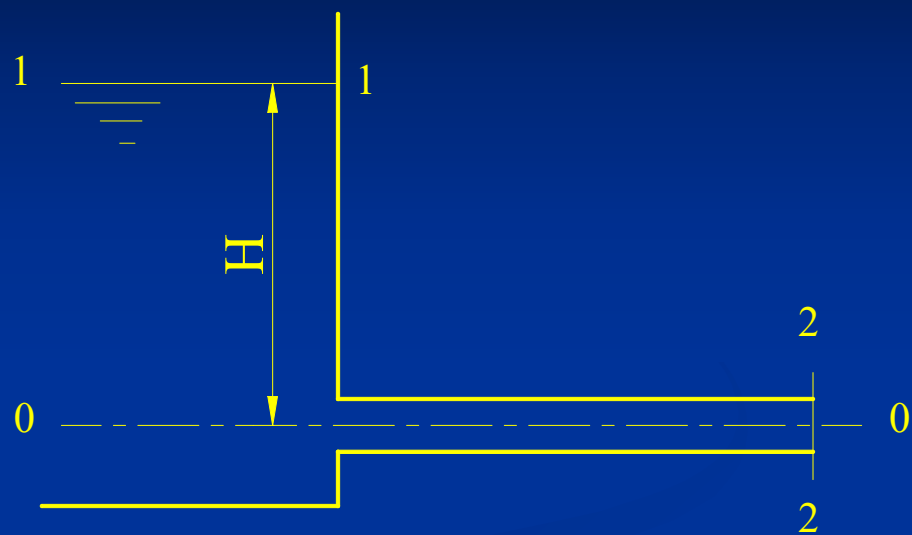
具有相同管径，相同流量的管段。
它是组成各种复杂管路的基本单元。



当忽略自由液面速度，且出流至大气时，列能量方程为：

$$H = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum \zeta \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}$$

$$H = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta + 1 \right) \frac{v^2}{2g}$$



因出口局部阻力系数 $\zeta = 1$ ，将其包括到 $\Sigma \zeta$ 中去，则为：

$$H = \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} \quad \text{代入上式:} \quad H = \frac{8 \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)}{\pi^2 d^4 g} Q^2$$

$$\text{令} \quad S_H = \frac{8 \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)}{\pi^2 d^4 g} \quad \text{m}^5 / \text{s}^2$$

$$\text{则:} \quad H = S_H Q^2$$

对于气体管道，常用压强表示：

$$p = \gamma H = \frac{8(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta) \rho}{\pi^2 d^4} Q^2$$

$$p = S_p Q^2 \quad S_p = \frac{8(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta) \rho}{\pi^2 d^4} \frac{kg}{m^7}$$

无论是 S_H 还是 S_p ，对于一定的流体，在 d, l 已给定时， S 只随 $\lambda, \Sigma \zeta$ 变化。当流动属于紊流粗糙区时， λ 仅与 k/d 有关，所以在管路的管材已定的情况下， λ 值可视为常数。 $\Sigma \zeta$ 项中只有进行调节的阀门的 ζ 可以改变，而其他局部构件已确定局部阻力系数是不变的。

S_H 、 S_p 对已给定的管路是一个定数，它综合反映了管路上的沿程和局部阻力情况，称为**管路阻抗**。

$$H = S_H Q^2$$

$$p = S_p Q^2$$

简单管路中，总阻力损失与体积流量平方成正比。

例5-5：某矿渣混凝土板风道，断面积为 $1\text{m} \times 1.2\text{m}$ ，长为 50m ，局部阻力系数 $\Sigma \zeta = 2.5$ ，流量为 $14\text{m}^3/\text{s}$ ，空气温度为 20°C ，求压强损失。

$$p = S_p Q^2 \quad \leftarrow \quad S_p = \frac{8(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta) \rho}{\pi^2 d^4}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{a \times b}$$

$$d_e = \frac{2ab}{a+b}$$

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{k}{d_e}$$

λ : 查莫迪图

$$d_e = \frac{2ab}{a+b}$$

水泵向压力水箱送水简单管路:

$$H_i = (Z_2 - Z_1) + \frac{p_0' - p_a}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2 - \alpha_1 v_1^2}{2g} + h_{l1-2}$$

$$H_i = H + \frac{p_0}{\gamma} + S_H Q^2$$

如果是闭式水系统水泵扬程又为多少?

